

# Teorema de Abel

*“...afirma que no existe una combinación finita de radicales y funciones racionales que solucionen la ecuación algebraica genérica de grado 5 (o mayor que 5), es uno de los primeros y más importantes resultados de imposibilidad en matemáticas”*

*Vladimir Igorevich Arnold*

## EL GIRO PARADIGMÁTICO

ABEL, RUFFINI

*preguntaron:*

**¿EXISTE  
LA FÓRMULA?**

---

**Respuesta: NO.**

*Una respuesta cerrada.*

GALOIS

*preguntó:*

**¿POR QUÉ  
NO PUEDE?**

---

**Respuesta: la simetría.**

*Una respuesta que abre todo.*

*No buscó la fórmula.*

**Buscó LA SIMETRÍA detrás de la fórmula.**

# UN EJEMPLO.

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

RAÍCES:

**2 y 3**

## OBSERVACIÓN 1

La suma:

$$2 + 3 = 5$$

El producto:

$$2 \times 3 = 6$$

## OBSERVACIÓN 2

Si intercambio

$$2 \leftrightarrow 3$$

la suma sigue siendo 5,  
el producto sigue siendo 6.

*Nada cambia.*

## CONCLUSIÓN

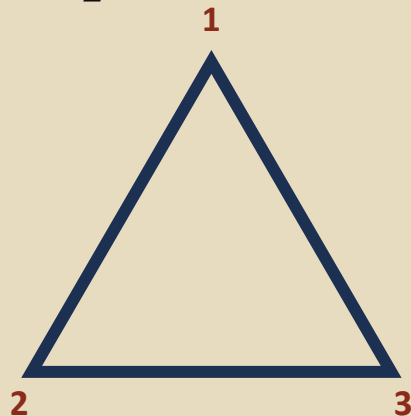
**ESO  
ES UNA  
SIMETRÍA.**

# UN GRUPO.

*Una colección de simetrías coherentes entre sí.*

## EJEMPLO

### *El triángulo equilátero*



↻ Rotar 120°   ↻ Rotar 240°  
↔ Reflejar en ejes   · Identidad

## LAS 4 PROPIEDADES

01

### CERRADURA

*combinar dos elementos del grupo siempre da otro elemento del grupo.*

02

### ASOCIATIVIDAD

*$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ . El orden de agrupar no importa.*

03

### NEUTRO

*existe un elemento que no cambia nada cuando se combina.*

04

### INVERSO

*cada elemento tiene su contrario, que lo deshace.*

# MÖEBIUS

Möbius – 1827

Clasificación geométrica según propiedades que permanecen **invariantes** bajo un determinado grupo de transformaciones.



# EL GRUPO DE GALOIS.

## TEOREMA

---

Una ecuación polinomial es **RESOLUBLE POR RADICALES** *si y solo si* su grupo de Galois es **RESOLUBLE**.

### PERMUTAR

*las raíces de la ecuación*

### PRESERVAR

*las relaciones algebraicas*

### CLASIFICAR

*la estructura del grupo*

*La estructura del grupo decide si existe la fórmula.*

## LA RESPUESTA ESTRUCTURAL

# S<sub>5</sub>

*El grupo simétrico  
de la ecuación general de grado 5.*

**120 permutaciones**  
*de 5 elementos.*

Y este grupo

**NO ES RESOLUBLE.**

## LA IMPOSIBILIDAD

# TIENE UNA RAZÓN ESTRUCTURAL.

*Abel demostró que no se puede. Galois explicó POR QUÉ.*

# TRES MANUSCRITOS. TRES RECHAZOS.



## 1829

EVALUADOR

### CAUCHY

**PERDIDO.**

*Reconoció el mérito.  
Lo consideró digno  
del Premio.  
El manuscrito  
se perdió.*

*Galois: 17 años.*

## 1830

EVALUADOR

### FOURIER

**PERDIDO.**

*Recibió el manuscrito  
para el Gran Premio  
de Matemáticas.*

## 1831

EVALUADOR

### POISSON

**"INCOMPRESIBLE."**

*Lo estudió  
durante meses.  
Finalmente escribió:  
"no he podido entender  
los argumentos".*

*No malicia.  
Incomprensión real.*

# LAS IDEAS VERDADERAMENTE NUEVAS

---

*no solo aportan respuestas. Aportan **categorias** que antes **no existían**.*

## **POISSON NO ERA UN IDIOTA.**

*Las categorías que Galois necesitaba para ser evaluado no existían aún.*

## **LA PREGUNTA INCÓMODA.**

*¿Cuántas ideas radicales están siendo rechazadas hoy por la misma razón?*

LA NOCHE -29 DE MAYO DE 1832

**"Je n'ai  
pas le  
temps."**

*anotación en los márgenes*

ESA NOCHE ESCRIBIÓ

↳ TRES CARTAS

*a sus amigos.*

↳ MANUSCRITOS

*matemáticos centrales.*



*No expresión de desesperación. Nota técnica.*

*Había demostraciones que quería completar, pero simplemente no había tiempo.*

## BLOQUE V · EL LEGADO

### JOSEPH LIOUVILLE

1846 · *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*

*Edita y publica los manuscritos.  
Los matemáticos europeos  
finalmente leen a Galois.*

*Cayley formalizó la teoría de grupos.  
Klein unificó toda la geometría con ella.  
Lie la extendió a las ecuaciones diferenciales.*



Catorce años después.  
Joseph Liouville publicó sus trabajos.

1846

La emoción  
de un genio  
creador...

**ESCRIBIÓ:**

*"La emoción viva  
y repetida que provoca  
el espectáculo  
de un genio creador."*

*Catorce años para que el lenguaje pudiera recibir las ideas.*

# LO QUE GALOIS NO PUDO VER.



## FÍSICA CUÁNTICA

**U(1) · SU(2) · SU(3)**

*El Modelo Estándar está construido sobre grupos.*

## GPS

**Cuerpos de Galois**

*La navegación satelital usa códigos basados en campos finitos de Galois.*

## TELEFONÍA

**CDMA**

*La modulación que tu teléfono usa ahora está construida sobre esa matemática.*

## CRIPTOGRAFÍA

**Cuerpos finitos**

*Los sistemas que protegen tus mensajes ahora mismo son generalizaciones directas.*

# EL MITO

VS

# LA HISTORIA.

## LO QUE SE DICE

*la narrativa romántica*

---

- ✗ **Toda la teoría escrita**  
*en una sola noche.*
- ✗ **El duelo fue por una mujer.**  
*(o una conspiración política,  
o una trampa, o...)*
- ✗ **El establecimiento**  
*aplastó al genio.*

## LO QUE ES VERIFICABLE

*la historia documentada*

---

- ✓ **Había trabajado años.**  
*Esa noche reorganizó.*
- ✓ **Causa real del duelo:**  
*desconocida. Los historiadores  
siguen debatiendo.*
- ✓ **No hubo villanos.**  
*Hubo límites del lenguaje.*

# LO QUE GALOIS NOS DEJA.

## 01

---

**LA PREGUNTA**

**VALE MÁS QUE**

**LA RESPUESTA.**

*Las mejores ideas no resuelven el problema dado sino que reformulan el problema hasta que la respuesta se vuelve inevitable.*

## 02

---

**LAS IDEAS NUEVAS**

**LLEGAN ANTES**

**QUE EL LENGUAJE.**

*Cuando algo te parece incomprensible, antes de concluir que es malo, pregúntate: ¿tengo ya el lenguaje?*

## 03

---

**LAS MATEMÁTICAS**

**FLORECEN EN**

**CONTEXTOS IMPREVISTOS.**

*Galois no podía saber que su teoría estaría en el GPS. No disminuye su genio. Lo amplifica.*

EXTRACTO

---

*"Te pido que pidas públicamente a Jacobi o a Gauss que den su opinión, no sobre la verdad, sino sobre la importancia de estos teoremas.*

*Después de eso, habrá, espero, gente que encuentre provecho en descifrar todo este embrollo."*

*— Évariste Galois, 29 de mayo de 1832*



***"Je n'écris pas  
pour eux.  
J'écris pour  
l'éternité.***

**ÉVARISTE GALOIS · 1811 — 1832**