Ayudantía 3

Historia de las Matemáticas I, 2026-1

¿Qué recuerdan de Egipto?

Egipto y Matemáticas

Aplicadas a la resolución de problemas.

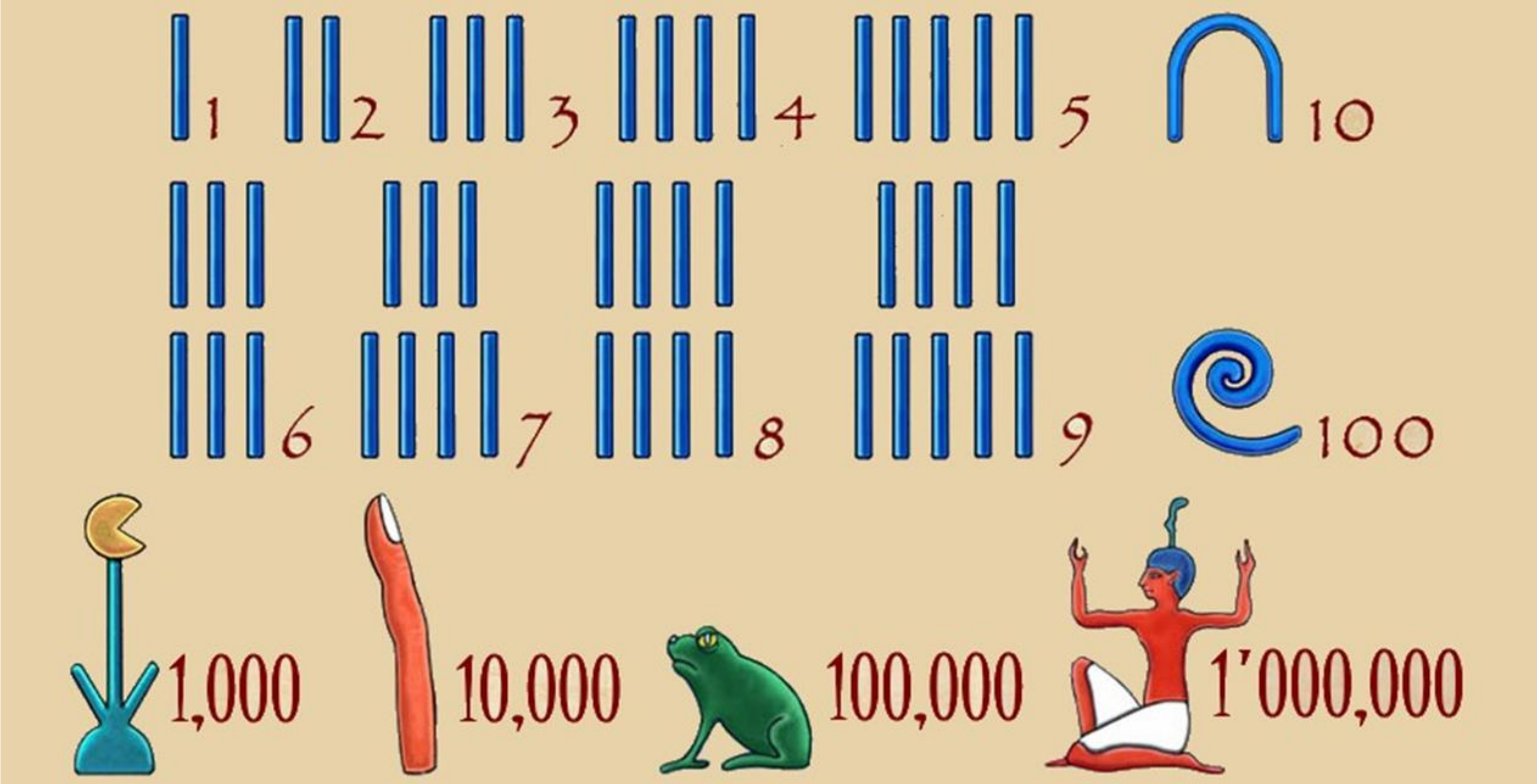
Aritmética

Geometría

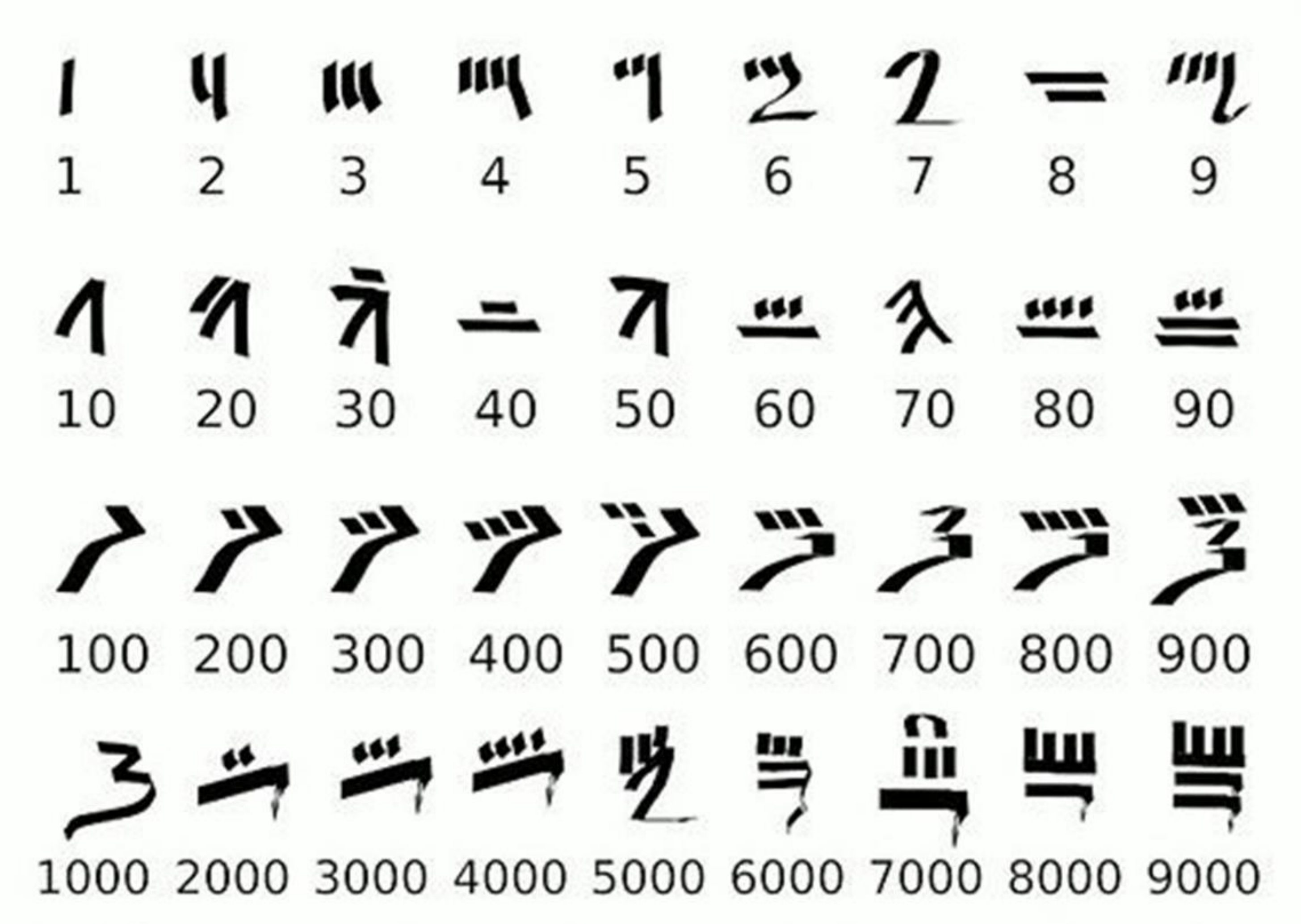
Sistema de Numeración Egipcio

- No posicional
- Decimal
- Dos sistemas: el sistema jeroglífico y el hierático

Jeroglífico

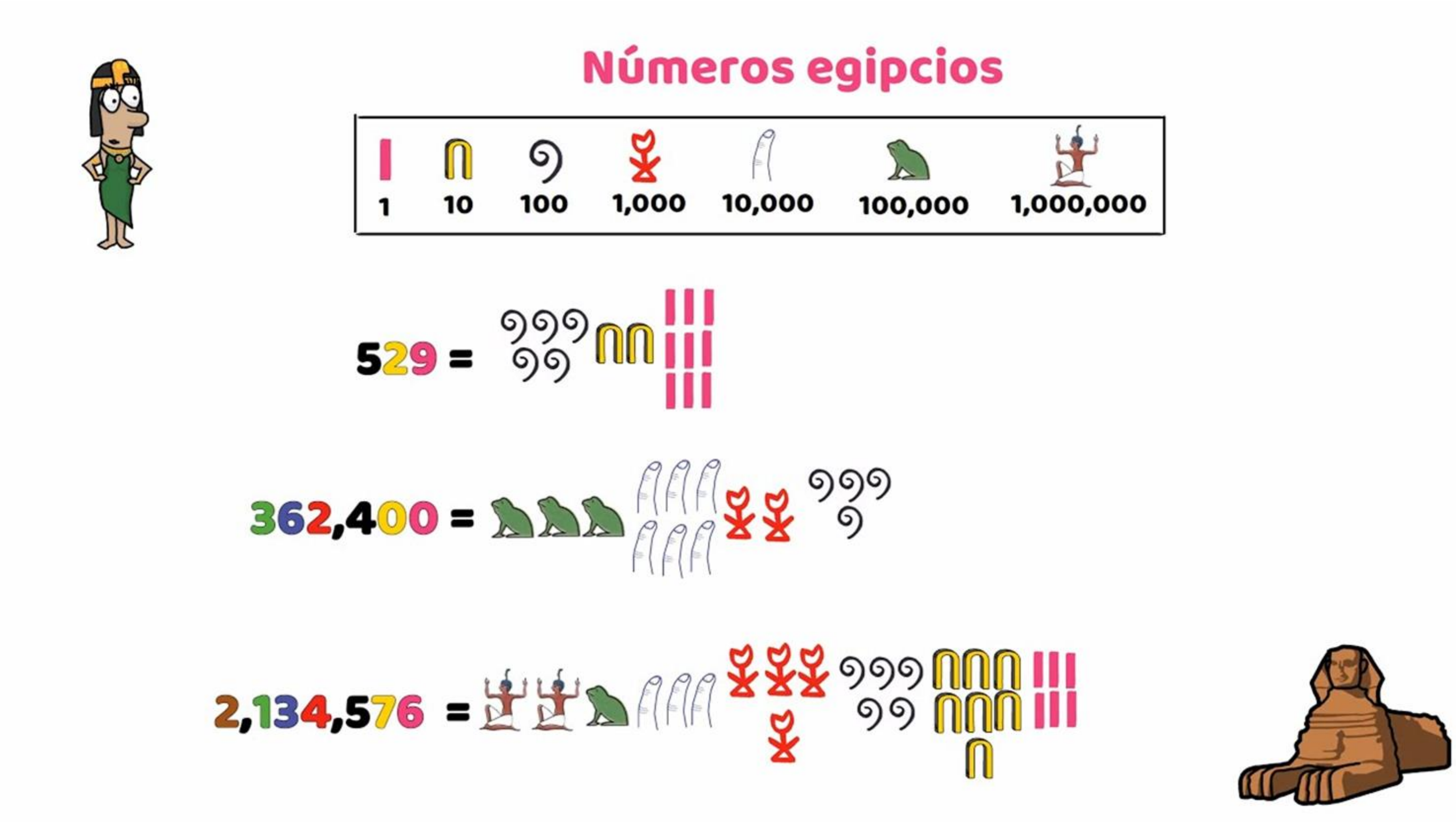


Hierático



1 2 3 4 5 6 7 8 9
10 20 30 40 50 60 70 80 90
100 200 300 400 500 600 700 800 900
1000 2000 3000 4000 5000 6000 7000 8000 9000

Ejemplos


Números egipcios
1
10
100
1,000
10,000
100,000
1,000,000
529 =
362,400 =
2,134,576 =

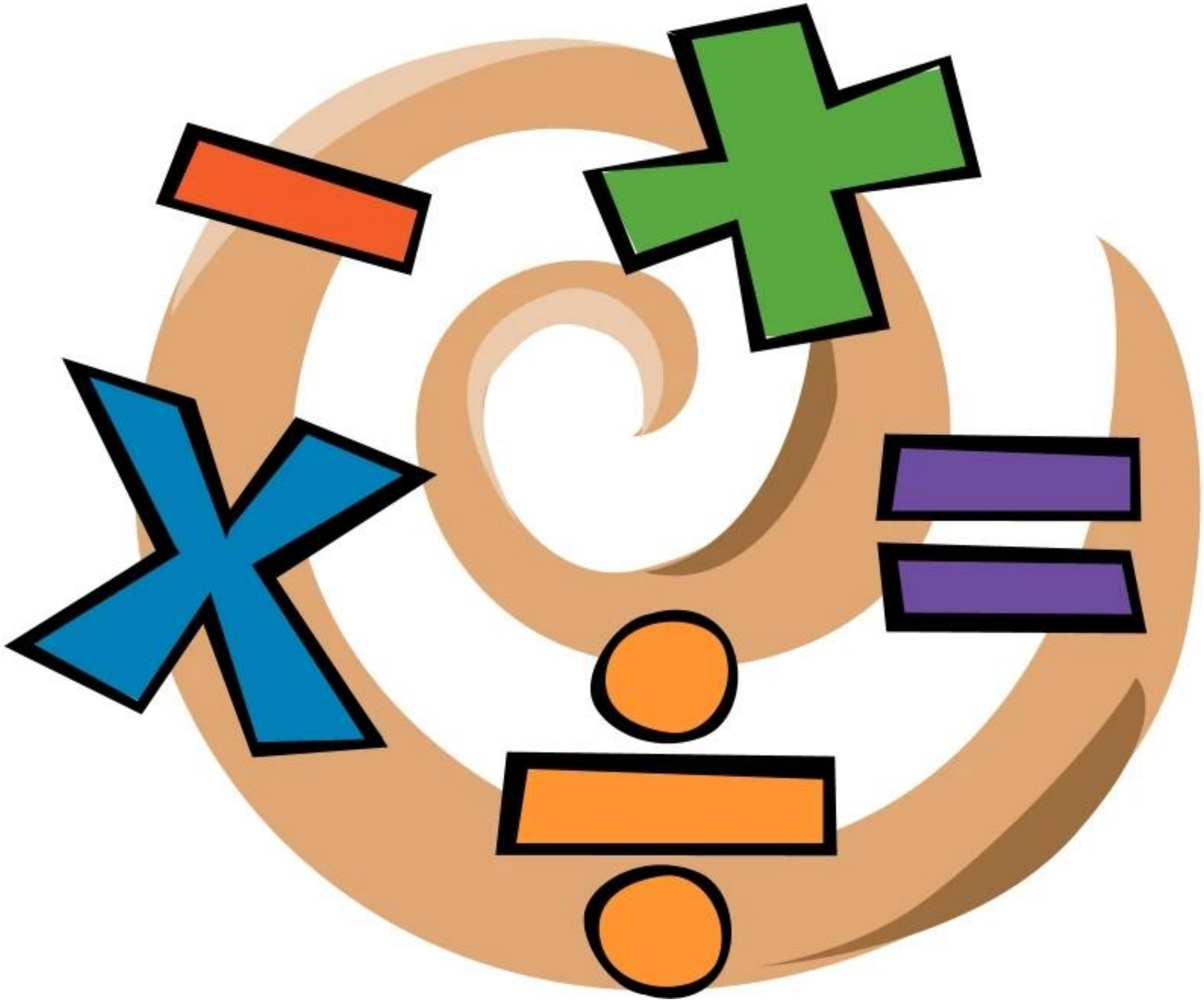
Número 3644

Sistema original

Sistema hierático

Ya sabemos contar y operaciones básicas.

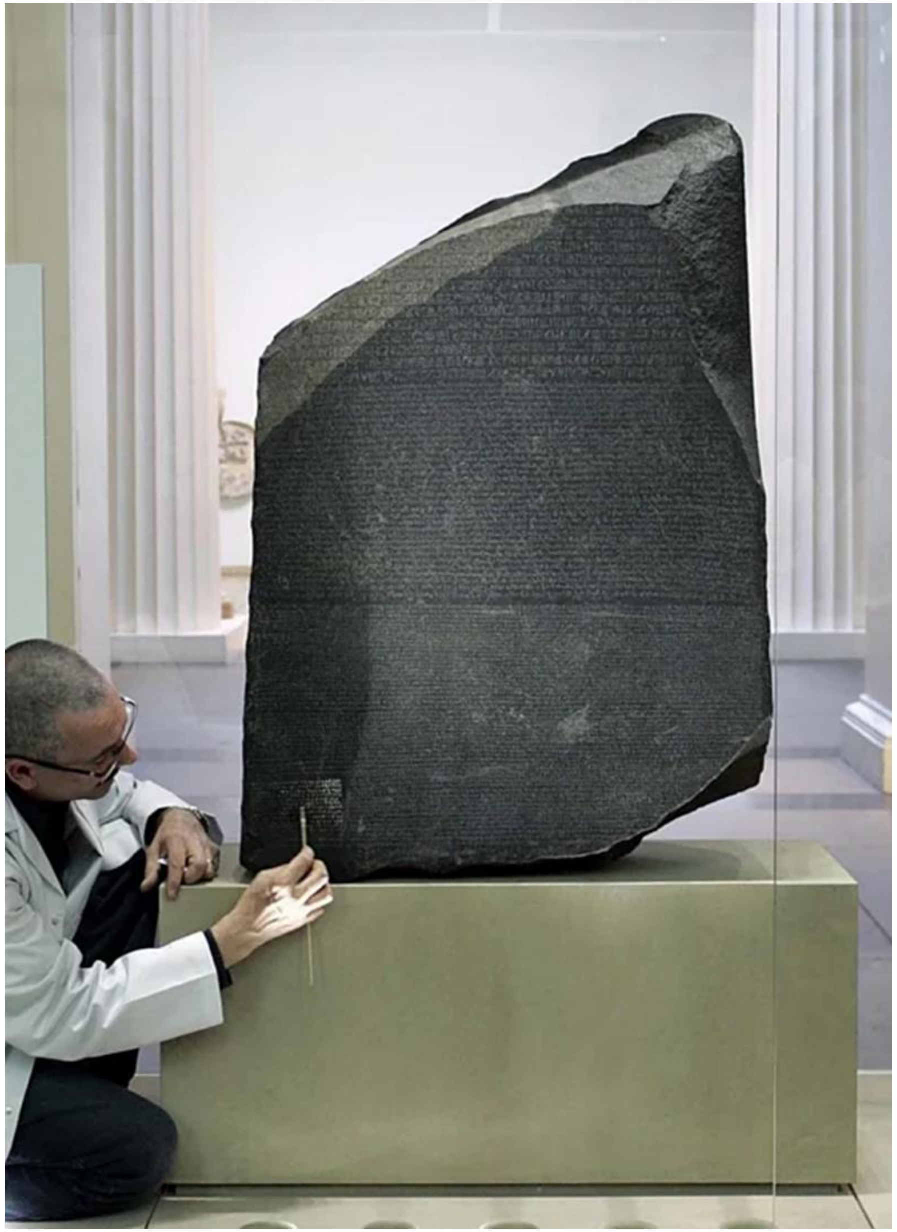
¿Qué sigue?



Recuerden sus clases...

Juan compró 50 sandías y 45 melones...

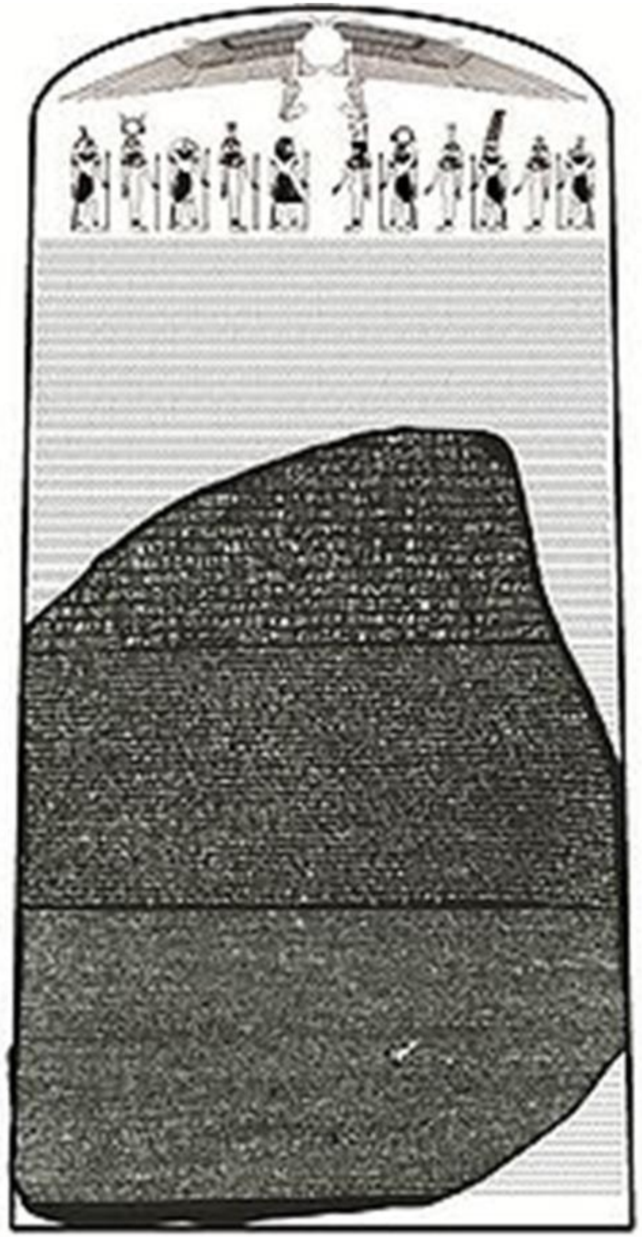
Retomemos los papiros



Piedra Rosetta

- Fragmento de una antigua estela egipcia de granodiorita inscrita con un decreto publicado en Menfis en el año 196 a. C. en nombre del faraón Ptolomeo V. El decreto aparece en tres escrituras distintas: el texto superior en jeroglíficos egipcios, la parte intermedia en escritura demótica y la inferior en griego antiguo.

Estela original

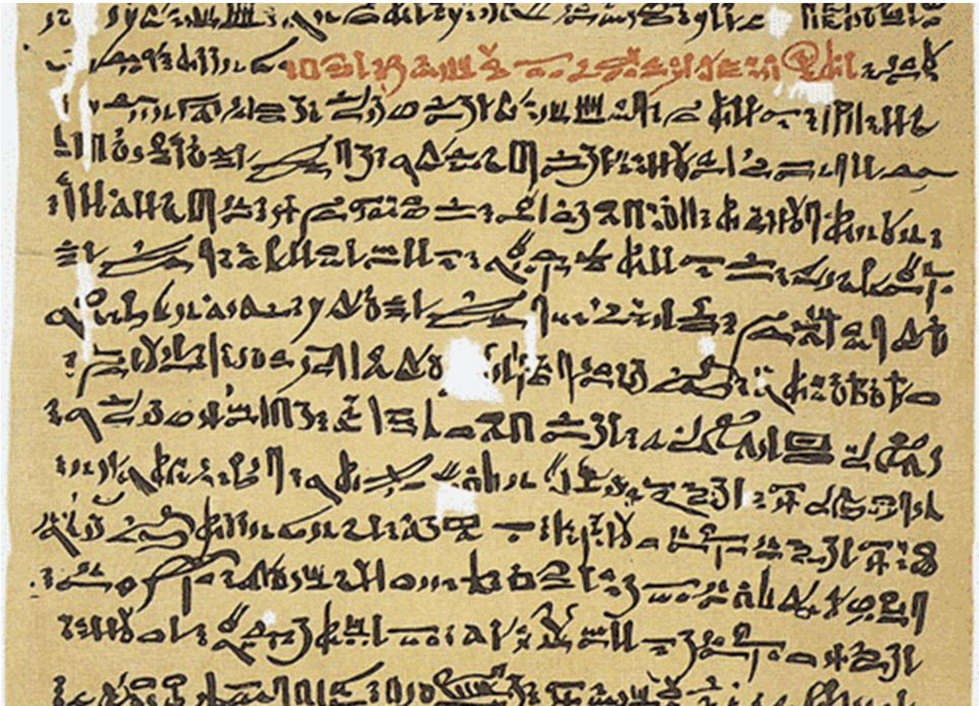


Tipos de escritura

Jeroglífica

Hierática

Demótica



Papiro Rhind o papiro de Ahmes

- Redactado en escritura hierática alrededor del año 1650 a.C. por un escriba (Ahmes) quien aseguró que era la semejanza de una obra anterior que data de la decimosegunda dinastía (1849 – 1801 a.C.)
- Pudo ser traducido gracias a la Piedra Rosetta.

Contenido

87 problemas matemáticos

-Operaciones con números enteros y fraccionarios

-Resolución de ecuaciones de primer grado

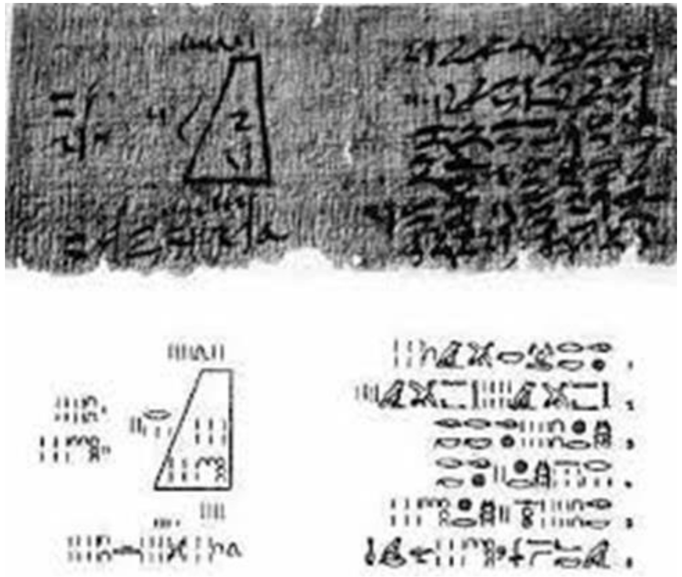
-Problemas de "pensar un número..."

-Progresiones aritméticas

-Volúmenes, capacidades y poliedros

-Áreas de figuras planas

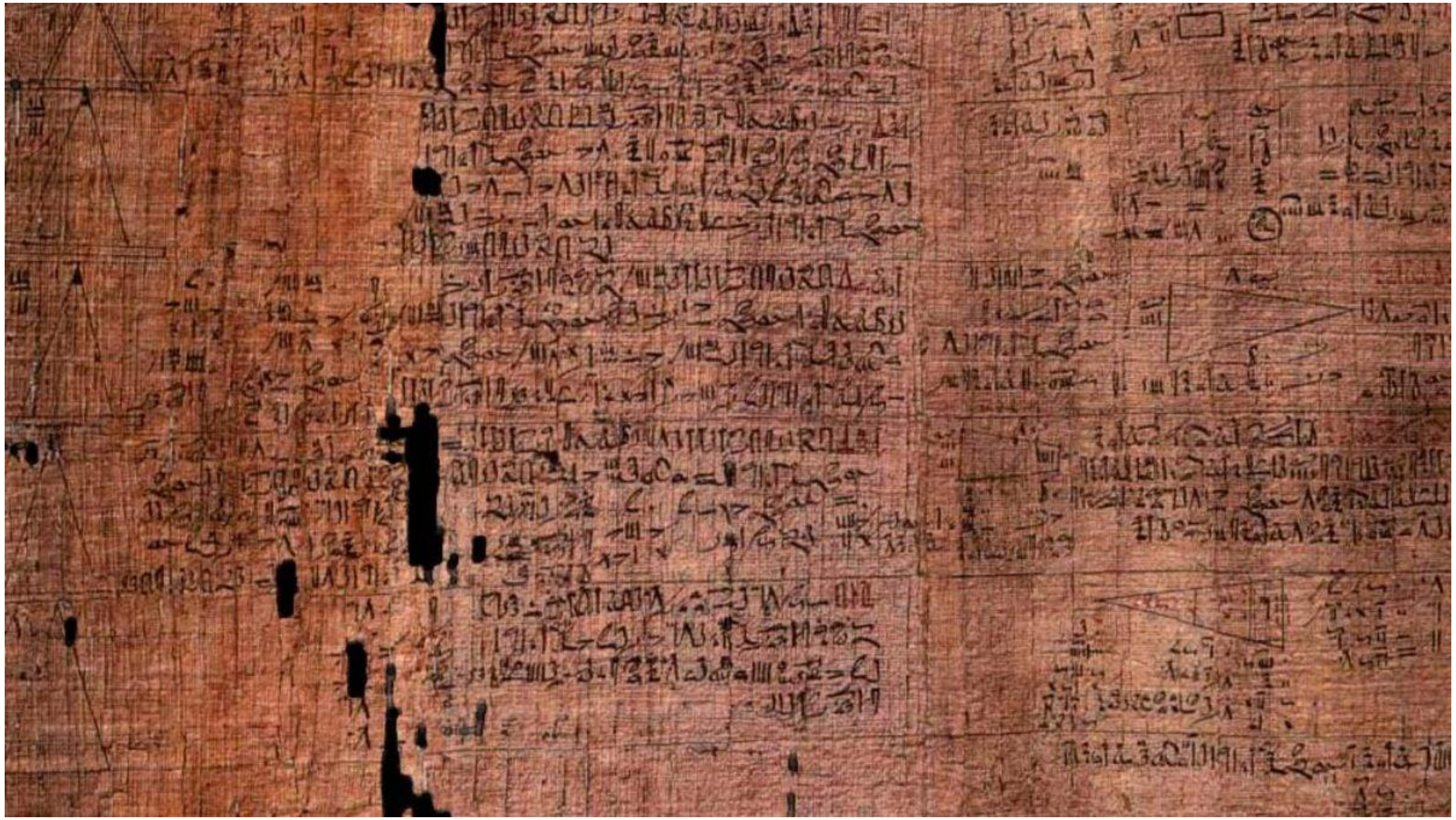
Papiro Golenischev o de Moscú



El papiro fue escrito en escritura hierática en torno al 1890 a. C., durante la dinastía XII, por un escriba egipcio desconocido.

Problema no. 14 del papiro de Moscú

Problemas del papiro Rhind



“El método de la falsa posición”: problema 22

Fracciones unitarias. ¿Recuerdan cuáles son?

Completar la suma de $\frac{2}{3} + \frac{1}{30}$ tal que sea igual a 1.

¿Cómo se vería este problema en notación moderna?

En notación moderna, se tiene lo siguiente:

El escriba selecciona un número N conveniente y las fracciones unitarias $\frac{1}{n_i}$ para satisfaces la ecuación

$$\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{30}+\frac{1}{n_1}+\cdots+\frac{1}{n_k}\right)N = N.$$

De aquí se deduce que la suma es igual a 1.

¿Qué ideas tienen para resolverlo?

[redacted] It would follow from this that the expanded sum is equal to 1. Taking N to be 30—convenient, [redacted] as it is a common multiple of the given denominators—the scribe observed that

$$\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{30}\right) 30 = 20 + 1 = 21,$$

which is 9 short of the desired 30. But

$$\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10}\right) 30 = 6 + 3 = 9.$$

Adding the two equations gives

$$\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{30} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10}\right) 30 = 30$$

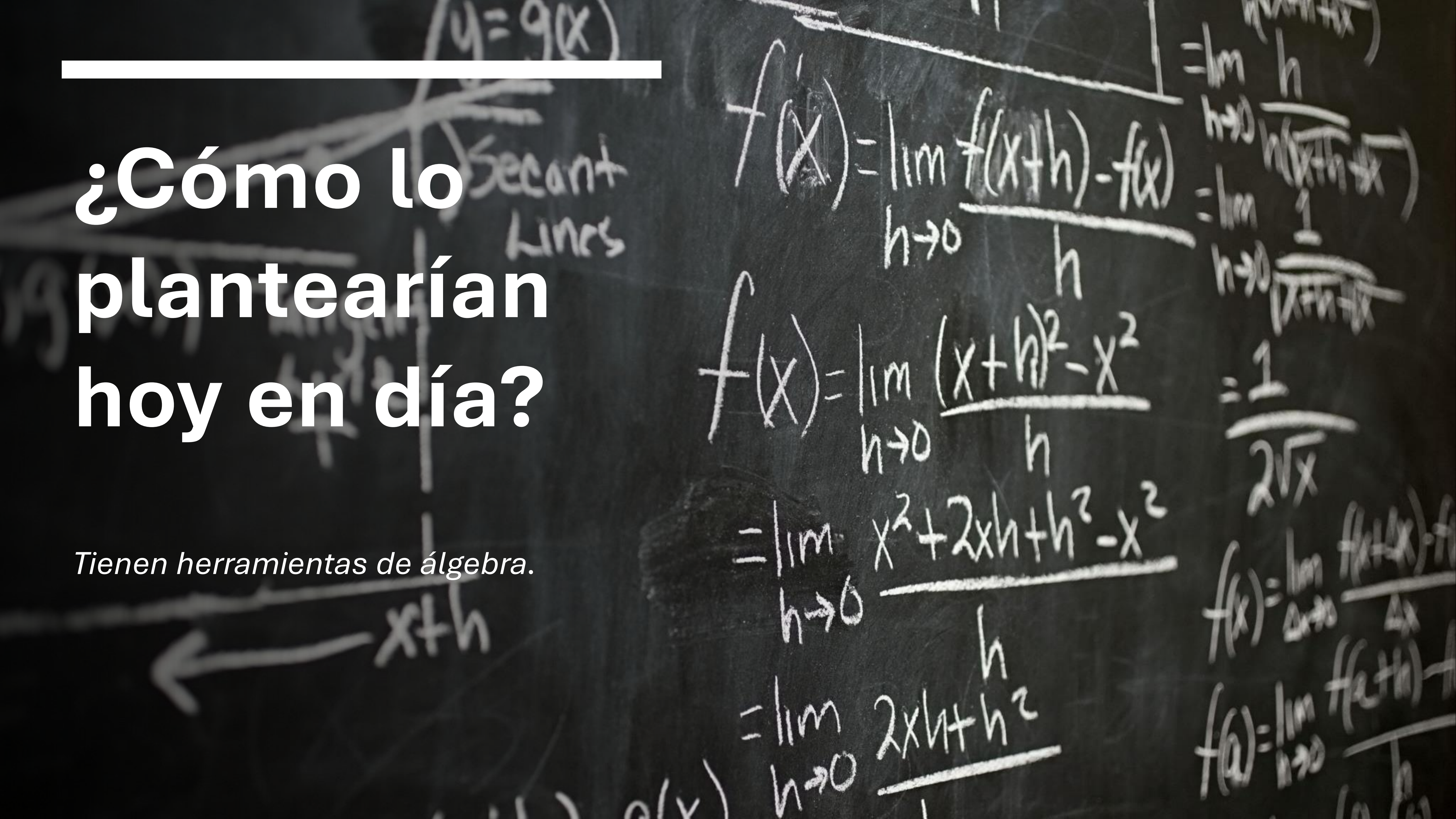
and so the desired completion is

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{30} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} = 1.$$

Problema 24

Dada una cantidad x se le suma la fracción unitaria $\frac{1}{7}$, el resultado es 19.

¿Cuál es la cantidad?



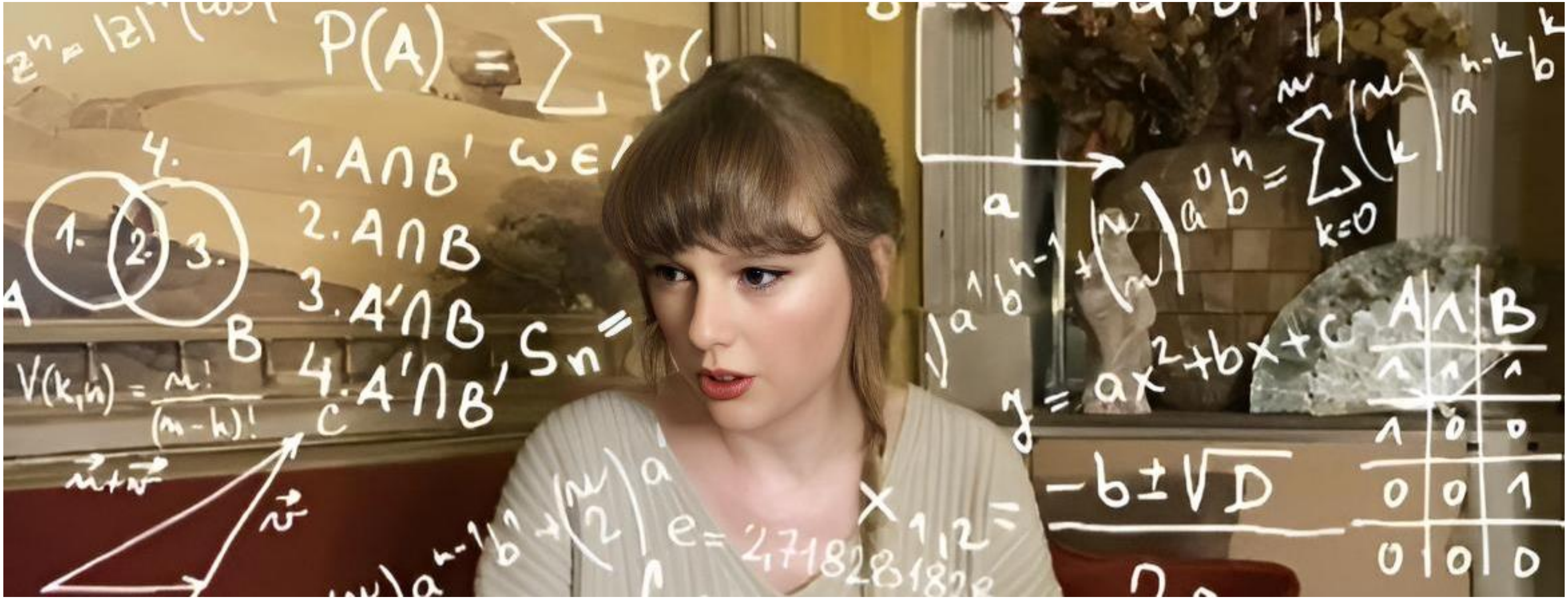
¿Cómo lo plantearían hoy en día?

Tienen herramientas de álgebra.

Problema 24

- Usando incógnitas, se tiene lo siguiente
- $x + \frac{x}{7} = 19$, o bien, $\frac{8x}{7} = 19.$
- "*Tantas veces se debe multiplicar 8 para obtener 19, tantas veces se debe multiplicar 7 para obtener el número correcto.*" - Ahmes

Imaginen que son antiguos egipcios.
¿Cómo lo resolverían sin algebra?



For instance, in solving the equation $x + x/7 = 19$, one assumes falsely that $x = 7$ (the choice is convenient because $x/7$ is easy to calculate). The left-hand side of the equation would then become $7 + \frac{7}{7} = 8$, instead of the required answer 19. Because 8 must be multiplied by $\frac{19}{8} = 2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ to give the desired 19, the correct value of x is obtained by multiplying the false assumption, namely, 7, by $2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$. The result is

$$x = \left(2 + \tfrac{1}{4} + \tfrac{1}{8}\right) 7 = 16 + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{8}.$$

Actually, we could pose any convenient value for the unknown quantity, say $x = a$. If $a + a/7 = b$ and $bc = 19$, then $x = ac$ satisfies the equation $x + x/7 = 19$; for it is easily seen that

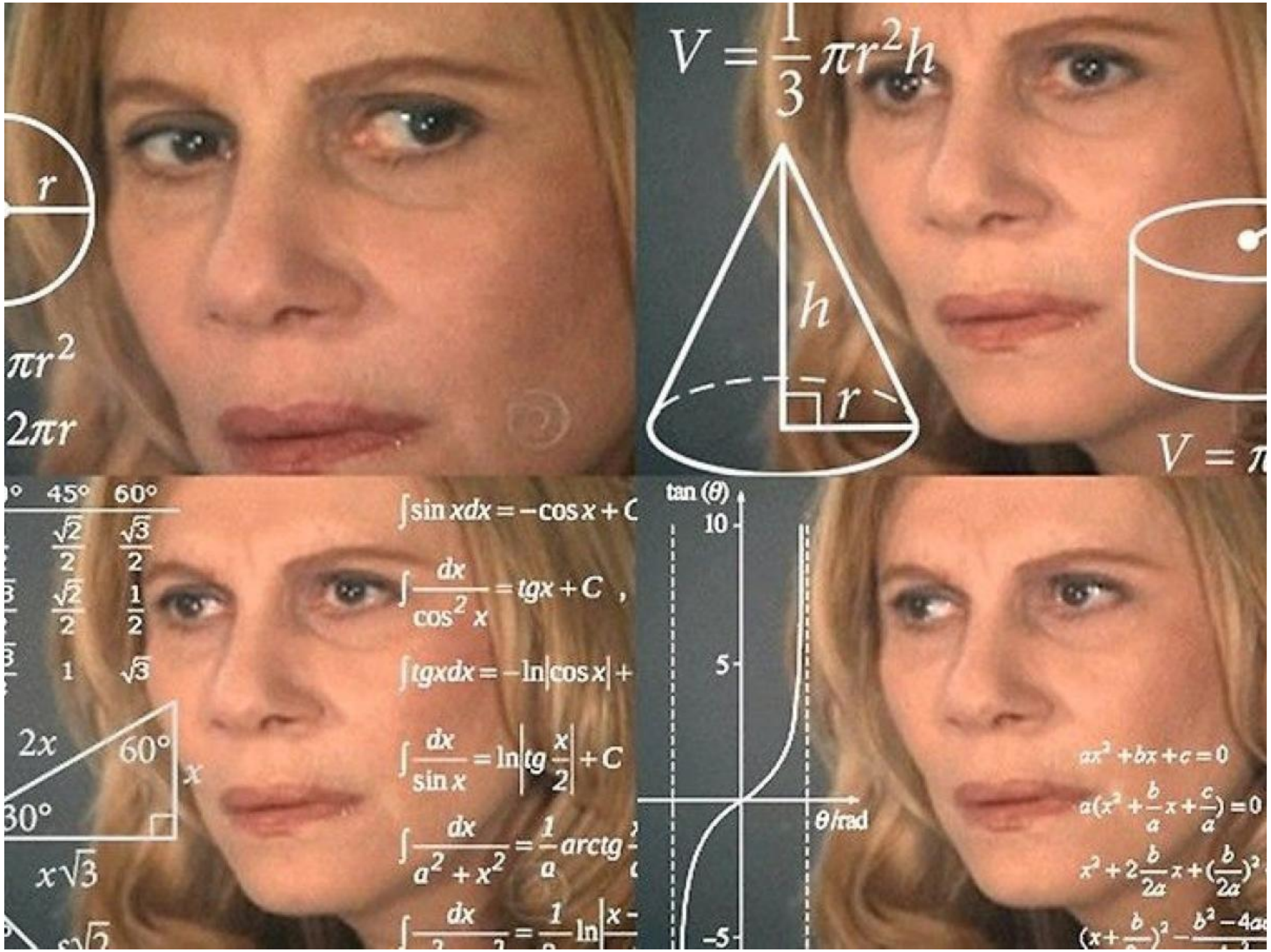
$$ac + \frac{1}{7}ac = \left(a + \frac{a}{7}\right) c = bc = 19.$$

"El método de la falsa posición"

Los antiguos egipcios "anticiparon", al menos de una forma elemental, un método favorito de la Edad Media.

Ejercicio sacado del Liber Abaci: un hombre compra huevos a razón de 7 por 1 denario y los vende a razón de 5 por 1 denario, y así se obtiene una ganancia de 19 denarios. ¿Cuánto dinero invirtió?

¿Cuál es la solución del ejercicio?



El método de la falsa posición

¿POR QUÉ SE LLAMA ASÍ?

PIENSEN EN LOS EJERCICIOS ANTERIORES. ¿QUÉ HACÍAN?

El método de la falsa posición

Comienza asumiendo una solución inicial (una "*falsa posición*") para la ecuación.

La utiliza para refinar la estimación de la raíz a través de iteraciones.

Se basa en la idea de que se está creando una "falsa" línea recta para aproximar la raíz de la función.

Un problema curioso, el no. 28

- Considerado como el ejemplo más antiguo de un problema de "*pensar un número*".
- *Piensa en un número y súmale* $\frac{2}{3}$ *a sí mismo. De esta suma, resta* $\frac{1}{3}$ *de sí mismo y di cuál es tu respuesta. Supón que la respuesta fue 10. Luego, quita* $\frac{1}{10}$ *de este 10, dando 9. Entonces, este fue el número que se pensó primero.*

Problema 79

Es extremadamente conciso.

Contiene un curioso conjunto de datos.

Parece indicar un conocimiento de la suma de una serie geométrica.

1	2801
2	5602
4	11,204
total	19,607

Houses	7
Cats	49
Mice	343
Sheaves	2401
Hekats (measures of grain)	16,807
total	19,607

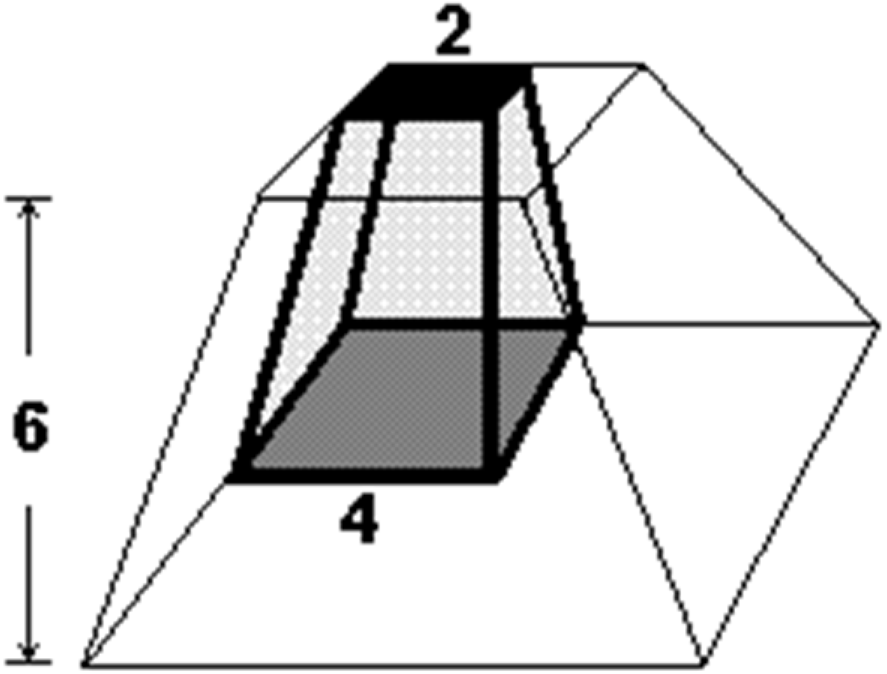
This catalog of miscellany has suggested some fanciful ideas. Certain authorities regard these words as symbolic terminology given to the first five powers of 7. For at the right, we have the summation of 7, 7^2, 7^3, 7^4, and 7^5 by actual addition. At the left, the sum of the same series is given as $7 \cdot 2801$, with the multiplication carried out by the usual method of duplication. Because $2801 = (7^5 - 1)/(7 - 1)$, the result

$$7 \cdot 2801 = 7\left(\frac{7^5 - 1}{7 - 1}\right) = 7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + 7^5$$

is exactly what would be obtained by substitution in the modern formula for the sum S_n of n terms of a geometric series:

$$S_n = a + ar + ar^2 + \cdots + ar^{n-1} = a\frac{r^n - 1}{r - 1}.$$

Problema no. 14 del papiro de Moscú



$$V = h\,(t^2 + bt + b^2)\,/\,3$$

- Se pide calcular el volumen de un tronco de pirámide de base cuadrangular.
- El escriba egipcio expone los pasos: eleva al cuadrado 2 y 4 (t^2, b^2), multiplica 2 por 4 (tb), suma los anteriores resultados ($t^2 + b^2 + tb$), y multiplica por un tercio de 6 (h/3); finaliza diciendo: “Ves, es 56, lo has calculado correctamente”.

Conclusiones

1

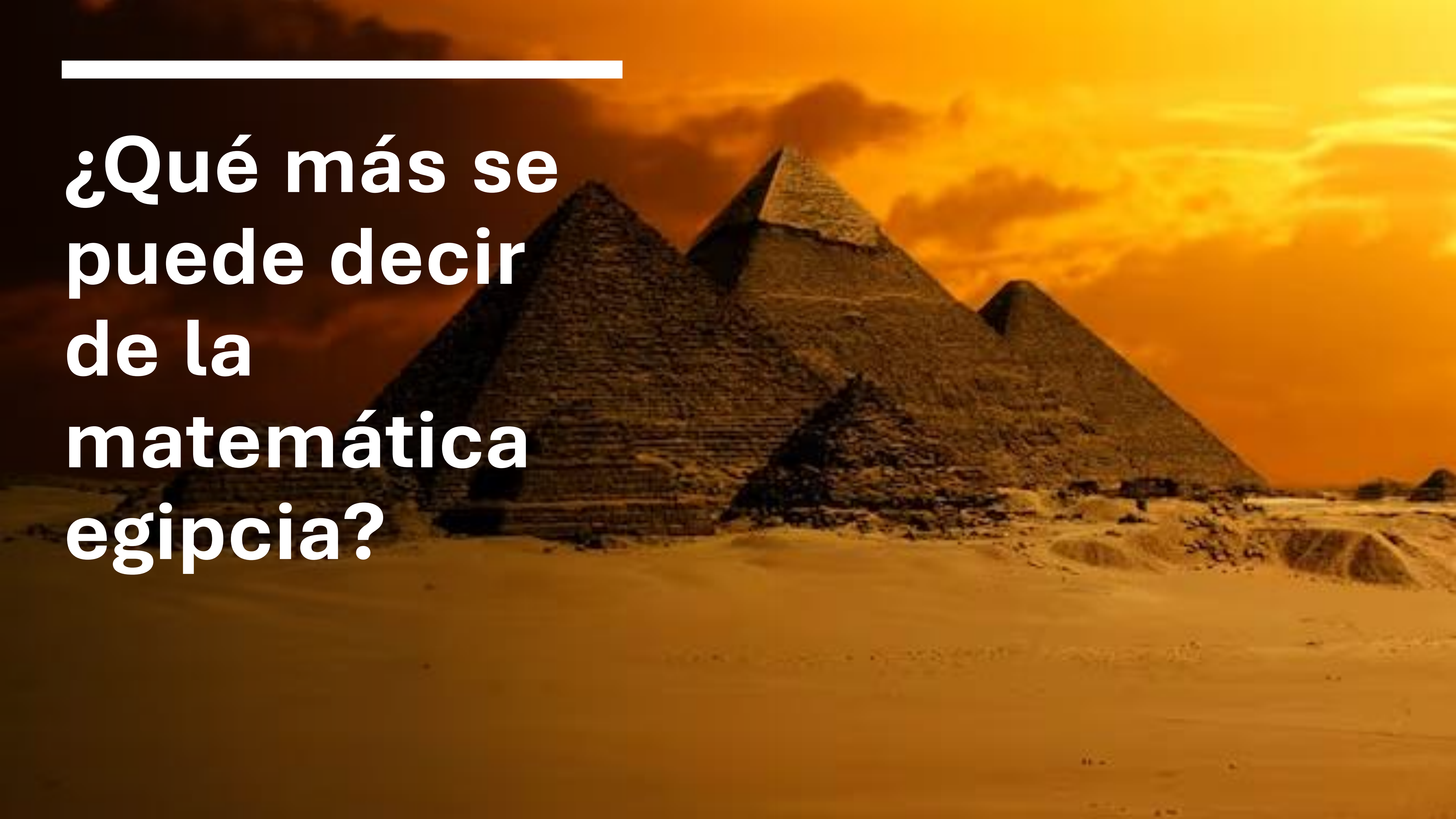
¿Cómo era la matemática del Antiguo Egipto?

2

¿Se puede decir que los antiguos egipcios conocían el álgebra?

3

¿Era difícil resolver los problemas usando sólo lo que se conocía?


¿Qué más se puede decir de la matemática egipcia?