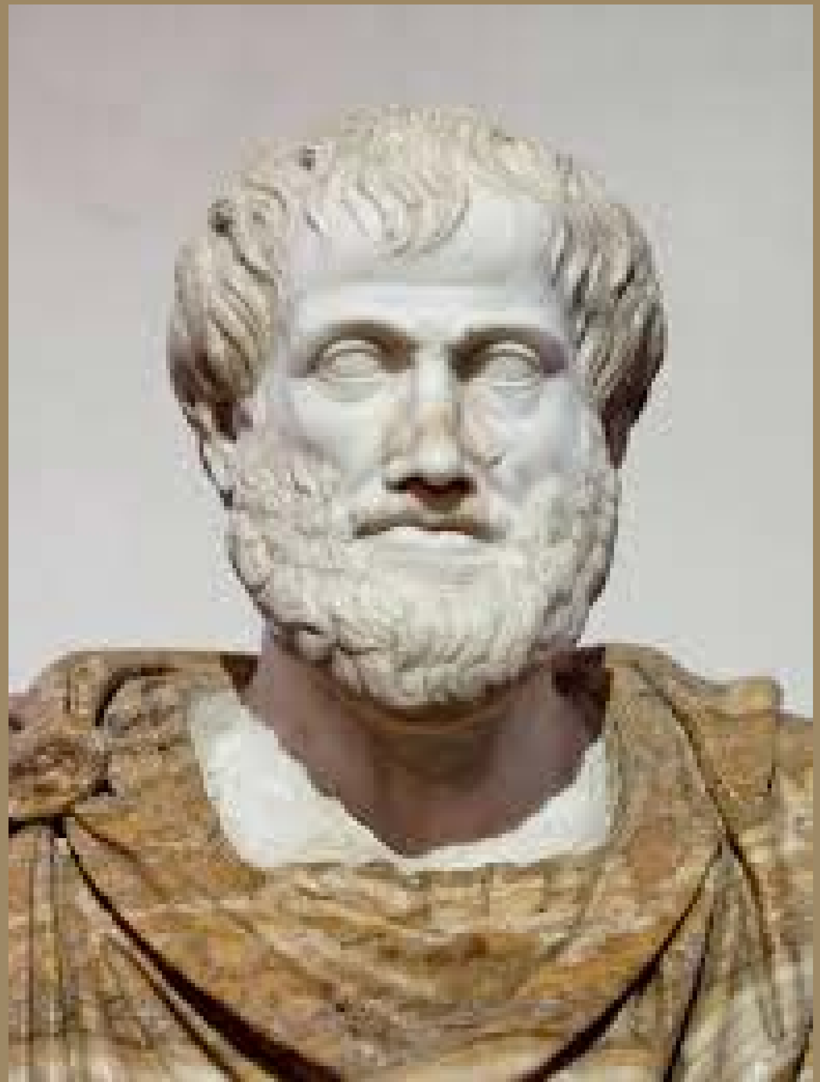
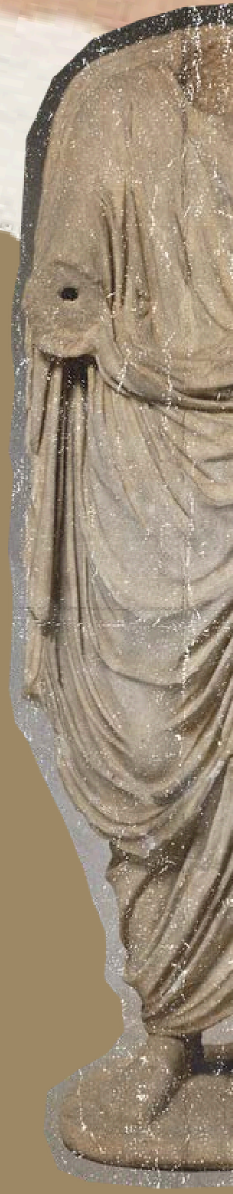
HISTORIA DEL Desarrollo del cálculo

Infinito en acto

<<No es posible que el infinito exista como un ser en acto o como una sustancia y un principio>>



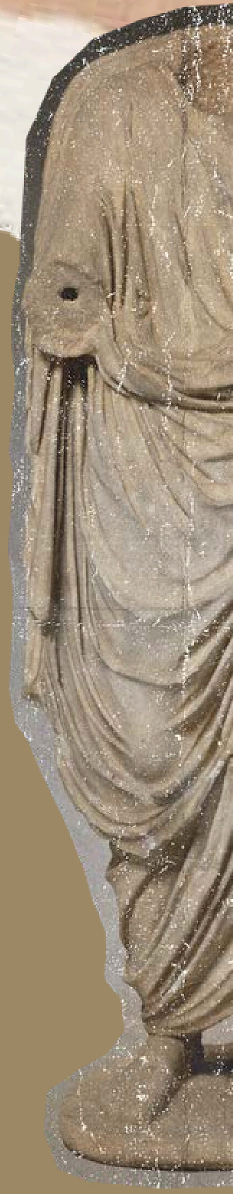
libro III de la física de Aristóteles



Infinito en acto

<<Esta argumentación no priva a los matemáticos de sus especulaciones al negar la existencia del infinito en acto, porque no tienen necesidad de ese infinito, ya que no hacen uso de él, sino sólo, por ejemplo, de una línea finita que se prolongue tanto como ellos quieran>>

Aristóteles



Infinito en acto

Arquímides fue el primer matemático griego que calculó el valor de una suma con infinitos términos. La necesitaba para calcular el área de un trozo de parábola.

$$\left(1+\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4^3}+\ldots\right)\cdot\left(1-\frac{1}{4}\right)=1+\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4^3}+\ldots-\frac{1}{4}\left(1+\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4^3}+\ldots\right)$$

$$=1+\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4^3}+\ldots-\frac{1}{4}-\frac{1}{4^2}-\frac{1}{4^3}-\ldots$$

$$=1$$

Y dado que $\left(1-\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{4}$

$$\left(1+\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4^3}+\ldots\right)=\frac{1}{\frac{3}{4}}=\frac{4}{3}$$

Demostración de Oresme

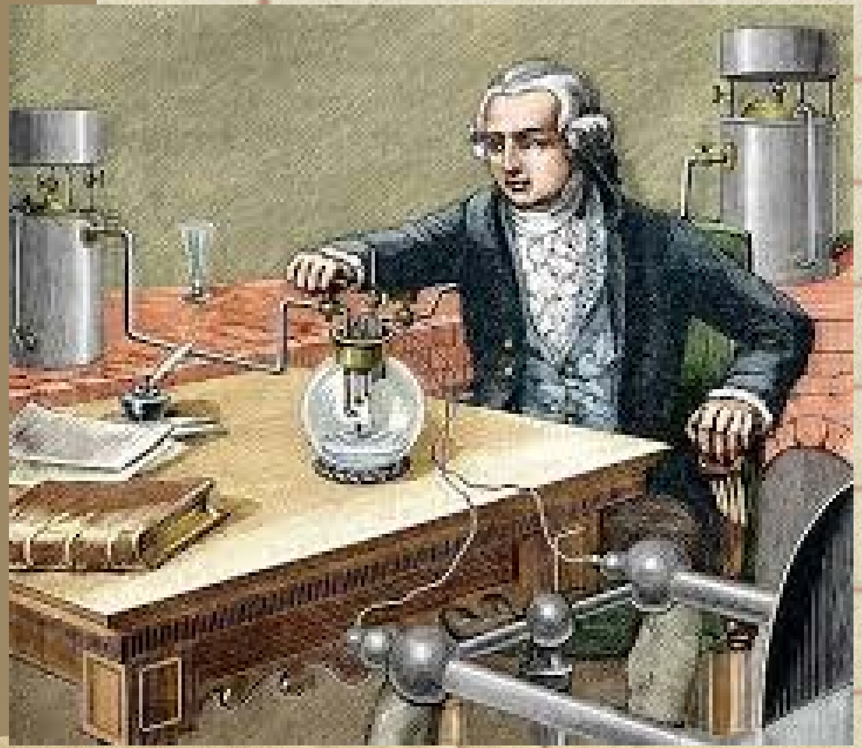
$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \ldots$ vale infinito, en efecto, es posible formar un número infinito de grupos de términos con suma mayor que $\frac{1}{2}$.

Así $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$ es mayor que $\frac{1}{2}$. Del mismo modo $\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8}$ es mayor que $\frac{1}{2}$.

Asimismo, $\frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \ldots + \frac{1}{16}$, y así in infinitum

Aspectos cientificos en la Europa del siglo xvii

Las matemáticas, y en general la ciencia no estaban profesionalizadas, ni la labor científica se vertebraba en torno a las universidades.
Esto generaba una serie de inconvenientes: la investigación se estructuraba en grupos aglutinados en torno a algún científico, grupos éstos a menudo aislados unos de otros, cuando no enfrentados, ya fuera por cuestiones patrióticas o por disputas generadas por los concursos y retos científicos frecuentes en la época.

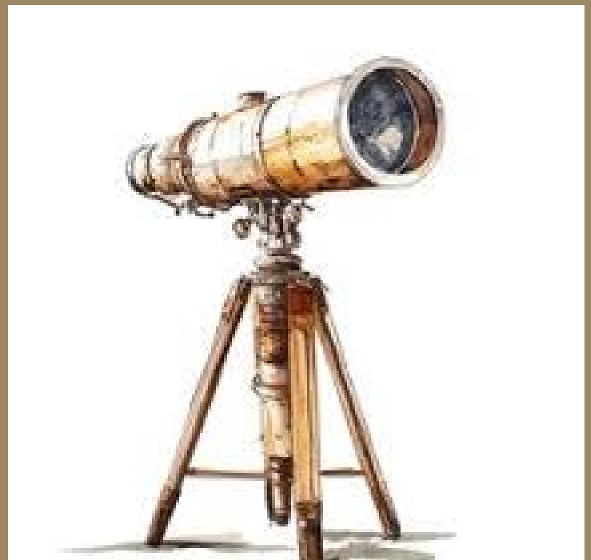


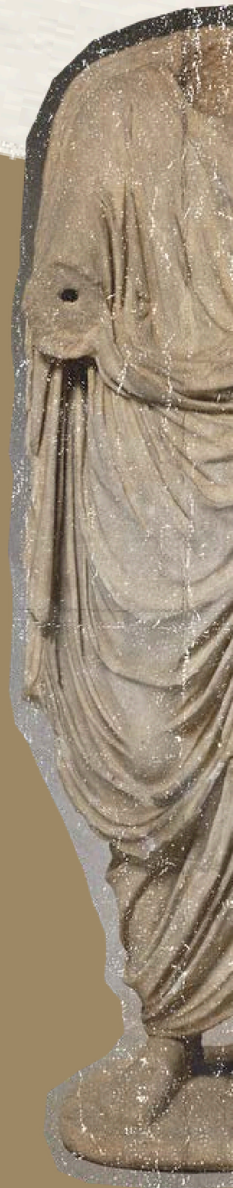
Aspectos cientificos en la Europa del siglo xvii

La mejor manera de conseguir una formación matemática adecuada no era ir a la universidad, sino buscar un preceptor. Los principales fueron la Accademia dei Lincei, a la que perteneció Galileo. El más importante de los círculos se formó alrededor de Marín Mersenne, formó un grupo de matemáticos que se reunían semanalmente. Pero, sobre todo sirvió de vínculo entre muchos filósofos y científicos, que mantuvieron correspondencia habitual con Desargues, Fermat, Pascal, Descartes y Galileo

Los siglos XVI y XVII estuvieron llenos de descubrimientos de todo tipo: geográficos (América), astronómicos (teoría heliocéntrica), médicos (la circulación de la sangre) y también tecnológica (imprenta de tipos móviles, microscopio y telescopio).

Esto nos ayuda a entender por qué los matemáticos prefirieron concentrar sus esfuerzos en el desarrollo de métodos adecuados para descubrir, aunque fueran poco rigurosos.





John Wallis (1616 – 1703)

Parábolas generalizadas

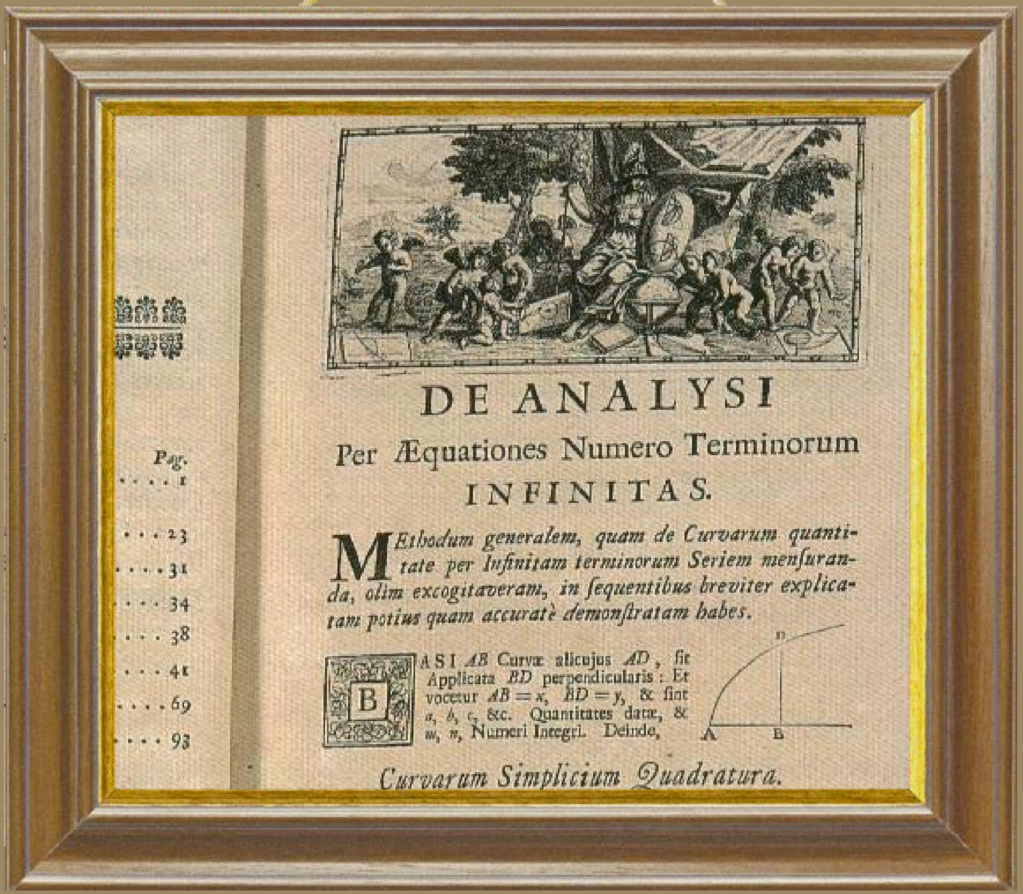
x^r

Newton (1643–1727)

Newton (1643-1727)

La complicada infancia de un genio

Obras de Newton dedicadas al cálculo



DE ANALYSI

Per Æquationes Numero Terminorum

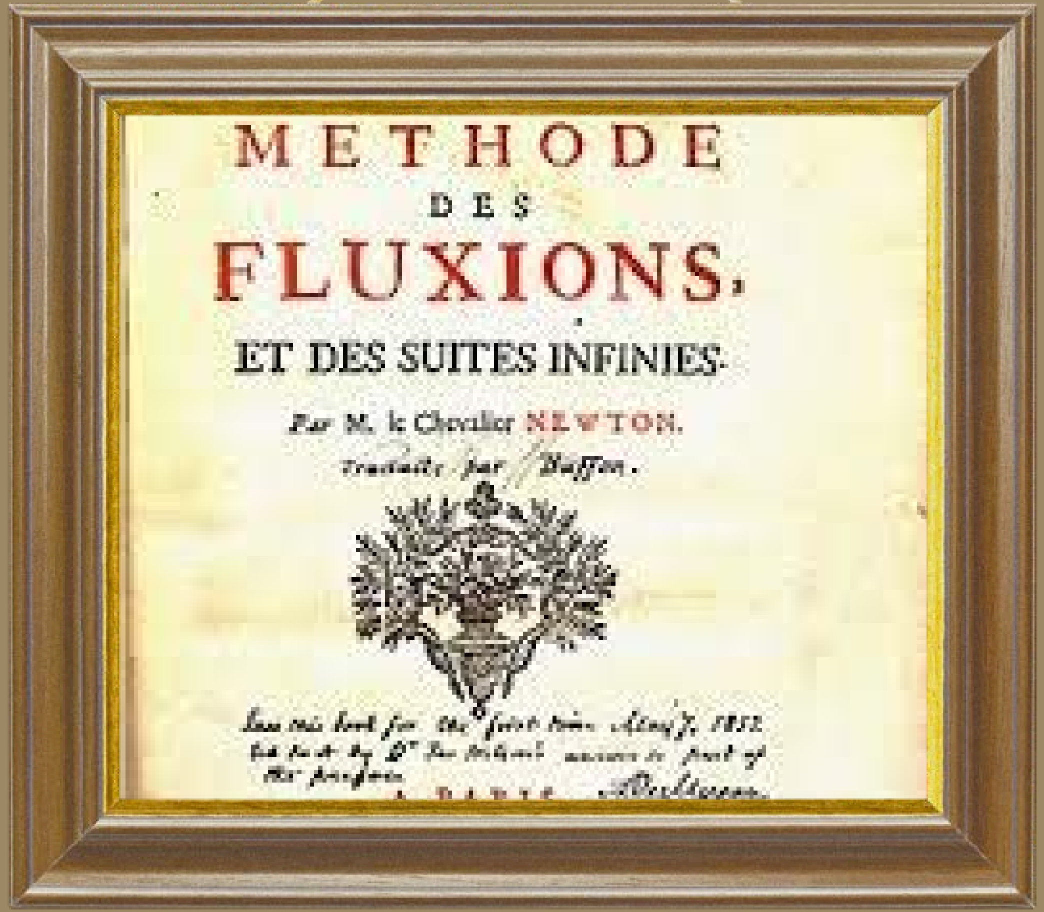
INFINITAS.

Methodum generalem, quam de Curvarum quantitate per Infinitam terminorum Seriem mensurandam, olim excogitaveram, in sequentibus breviter explicatam potius quam accuratè demonstratam habes.

Basi AB Curvæ alicujus AD, sit Applicata BD perpendicularis: Et vocetur AB = x, BD = y, & sint a, b, c, &c. Quantitates datæ, & m, n, Numeri Integri. Deinde,

Curvarum Simplicium Quadratura.

De analysi per aequationes numero terminorum infinitas.
1669



METHODE

DES

FLUXIONS,

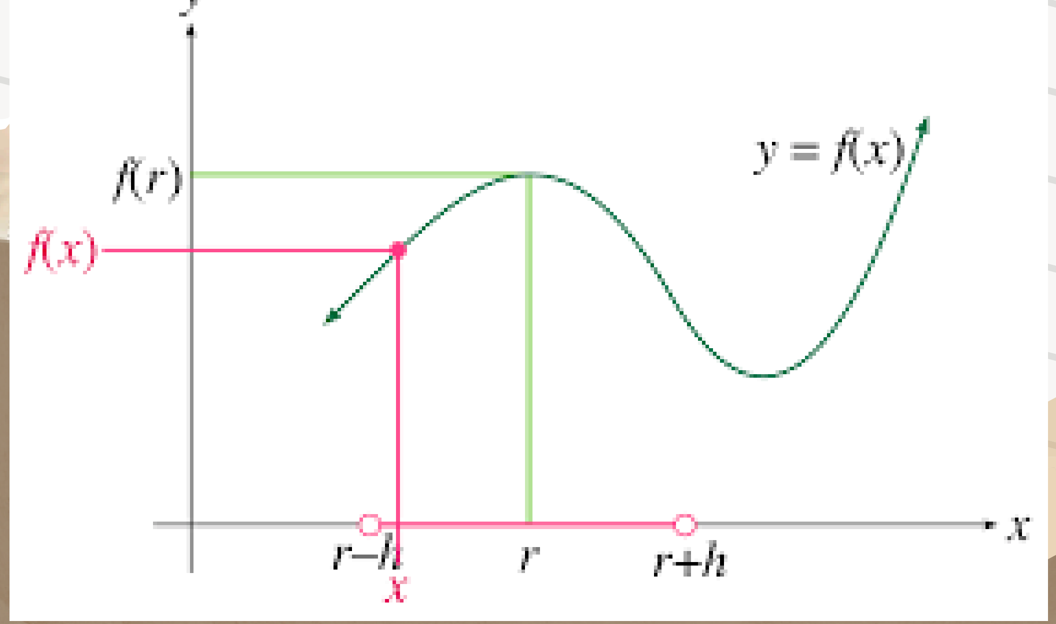
ET DES SUITES INFINIES.

Par M. le Chevalier NEWTON.

Traduits par Buffon.

De methodis serierum et fluxionum
1736

Fluente y fluxión



fluente es una variable considerada como función del tiempo y fluxión de la fluente la razón de cambio de la función con respecto al tiempo.

Aplicó estos conceptos para resolver problemas de tangentes, cuadraturas o máximos y mínimos, por ejemplo, escribió el siguiente procedimiento: << Cuando una cantidad es la más grande o la más pequeña, en ese momento su fluir ni crece ni decrece: si ahora creciera eso probaría que era menor y que lo que sigue sería más grande que lo que ahora es, y recíprocamente pasaría si decreciera, Así calcúlese su fluxión como se ha explicado he iguálese a cero>>

Leibniz (1646 - 1716)

El maestro de todos los oficios

Fue luterano, y en varias ocasiones renunció a puestos tan atractivos como bibliotecario jefe en el Vaticano o en la Académie Royale des Sciences de París por estar condicionados a su conversión al catolicismo.

Leibniz (1646 - 1716)

A los 26 años apenas conocía, el primer libro de los Elementos de Euclides

Leibniz (1646 – 1716)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{T_n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n(n+1)} =$$

$$\frac{2}{n(n+1)} = 2\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$$

Leibniz (1646 – 1716)

$$1+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+\frac{1}{15}+\dots$$

$$\frac{2}{n(n+1)}=2\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$$

$$S=2\left[\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\dots\right]$$

Leibniz (1646 - 1716)

$$S = 2\left[\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\ldots\right]$$

$$S = 2[1 - {}^{1}\!/_{2} + {}^{1}\!/_{2} - {}^{1}\!/_{3} + {}^{1}\!/_{3} - \ldots]$$

$$S = 2 \times 1 = 2$$

Traslado a Hannover

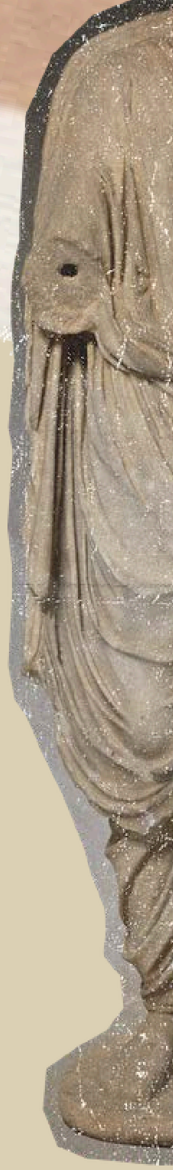
En 1684 estando en Hannover hace la primer publicación del cálculo infinitesimal

Lagunas en el razonamiento

d(xy) es la diferencia infinitesimal entre dos xy adyacentes, uno es xy y el otro (x+dx)(y+dy). Entonces d(xy)= (x+dx)(y+dy) -xy= xy + x dy + y dx + dx dy -xy = x dy + y dx + dx dy, y esto es igual a x dy + y dx (la cantidad dxdy es omitida pues es infinitamente pequeña respecto de las demás cantidades)

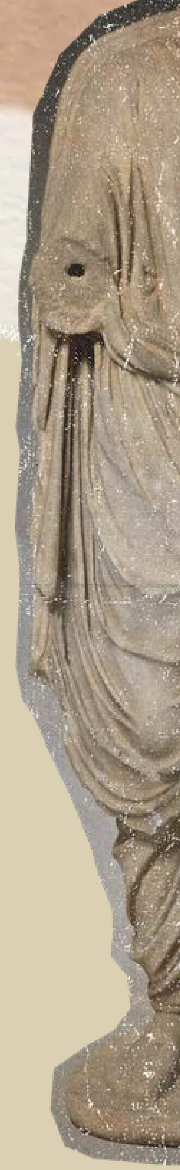
LA DISPUTA SOBRE LA PRIORIDAD

Iniciales reconocimientos mutuos...



Aunque Newton fue el primero en descubrir y desarrollar su cálculo, una década antes que Leibniz, fue este último quien se adelantó en la publicación. En el primero de los artículos (1684), Leibniz no mencionó a Newton, aunque sí lo hizo en el segundo (1686): «Falta, para que no parezca que me atribuyo demasiado a mí mismo o que menosprecio a los demás, que diga en pocas palabras lo que en mi fórmula se debe especialmente a los insignes matemáticos de nuestro siglo en este género de Geometría [...] Además, Nicholas Mercator, de Holstein, matemático e ilustrísimo, que fue el primero, que yo sepa, que dio una cuadratura por serie infinita. Y no sólo realizó el mismo descubrimiento independientemente, sino que también lo perfeccionó con una razón universal, un geómetra de profundísimo ingenio, Isaac Newton, que si diera a conocer sus pensamientos, los que entiendo que tiene, nos proporcionaría sin duda nuevos caminos para extraordinarios aumentos y tratados de ciencia».

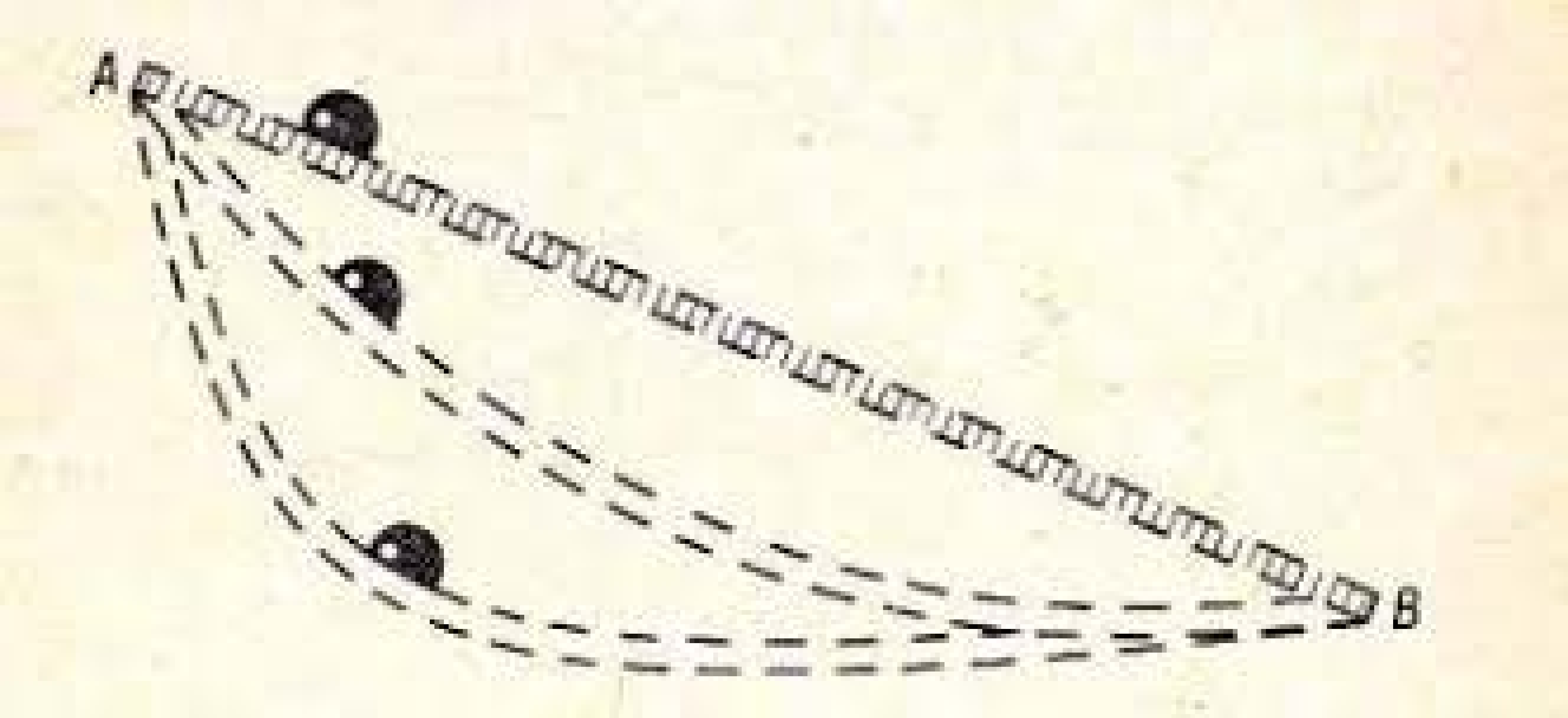
Iniciales reconocimientos mutuos...



Newton hizo referencia a Leibniz en la primera oportunidad que tuvo. Ésta no fue otra que la publicación, en 1687, de la primera edición de los Principia. «En cartas que hace diez años se cursaron entre mí y el más excelente geómetra, G. W. Leibniz, cuando le afirmé que había descubierto un método para determinar máximos y mínimos, trazar tangentes, y otras cosas similares, válido tanto para cantidades sordas como racionales, y cuando lo encubrí mediante letras traspuestas que contenían la frase Dada una ecuación en que estén envueltas cuantas cantidades fluyentes se quiera, dar con las fluxiones y viceversa, ese, el más distinguido hombre, me respondió que él también había encontrado un método de la misma naturaleza y me comunicó su método que difiere poco del mío excepto en su nomenclatura y notaciones>>

Reconocerás al león por sus garras

En 1696 Johann Bernoulli lanzó un reto sobre el problema de la braquistocrona, el cual consiste en determinar la curva por la cual desciende un cuerpo en el menor tiempo posible, siendo que el punto inicial y final están en diferente posición vertical y horizontal



Reconocerás al león por sus garras

Jakob Bernoulli

Johann Bernoulli

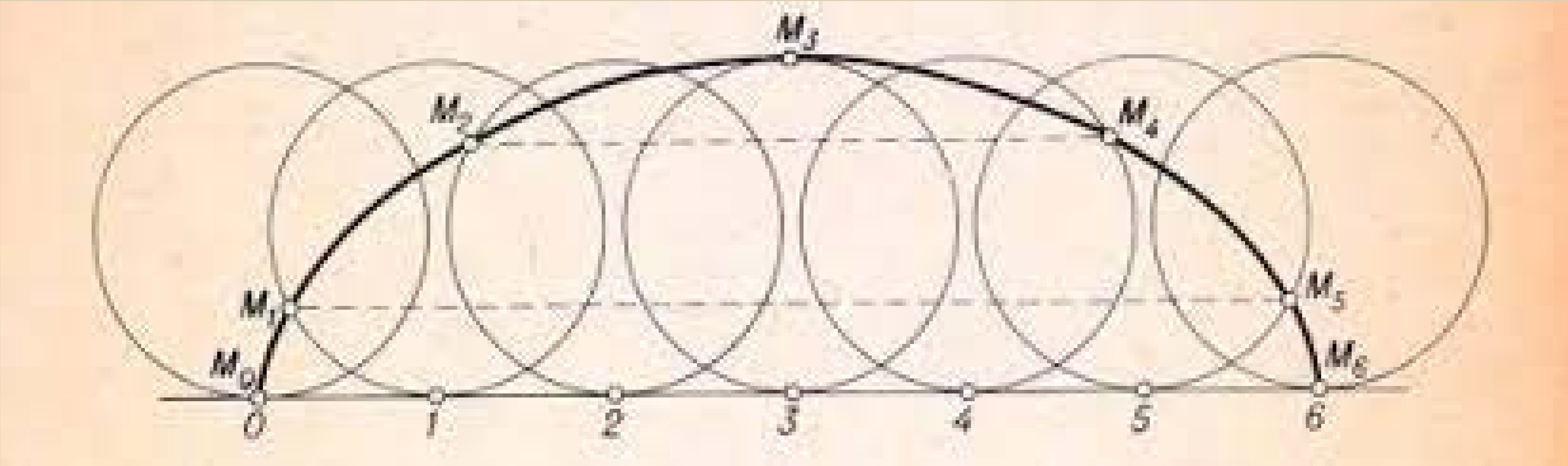
Leibniz

Fatio

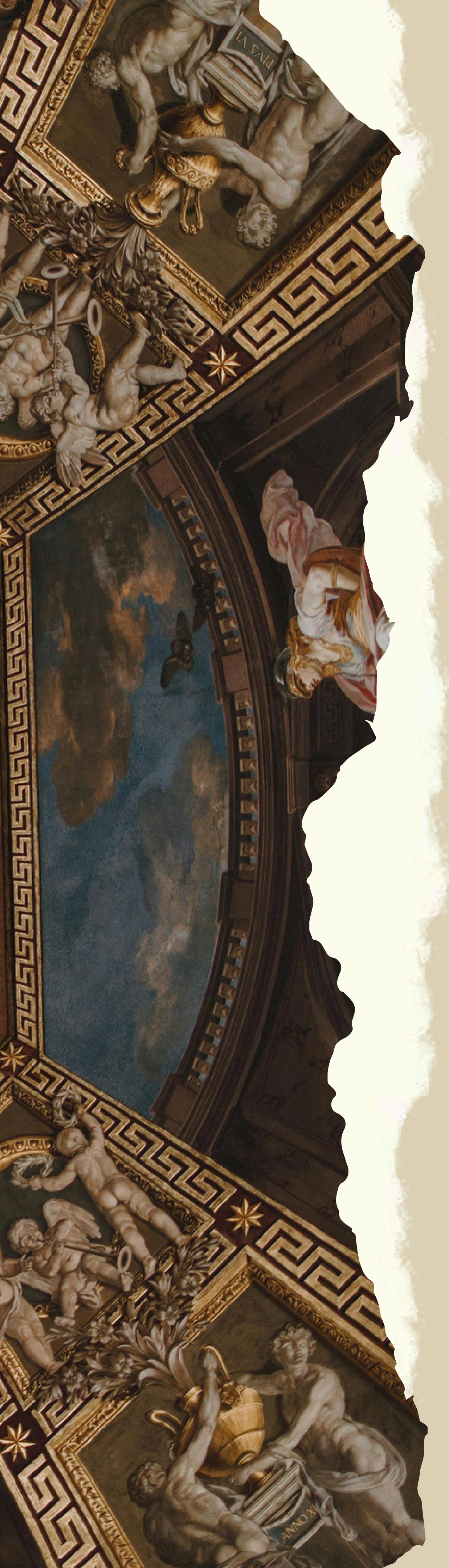
Newton

Galileo

cicloide



<<Cuando una cantidad varía continuamente, como por ejemplo, una línea varía por el fluir de un punto que lo describe, aquellos incrementos momentáneos son llamados diferencias [...] Y, por tanto, ha aparecido el cálculo diferencial y su converso el cálculo sumatorio. Los elementos de ese cálculo han sido publicados por su inventor, el doctor Gottfried Wilhelm Leibniz [...]. En vez de las diferencias leibnizianas, el doctor Newton empleó, y ha empleado siempre fluxiones>>



adhibet, semperque adhibuit

empleó, y ha empleado siempre

sustituyó y ha sustituido siempre

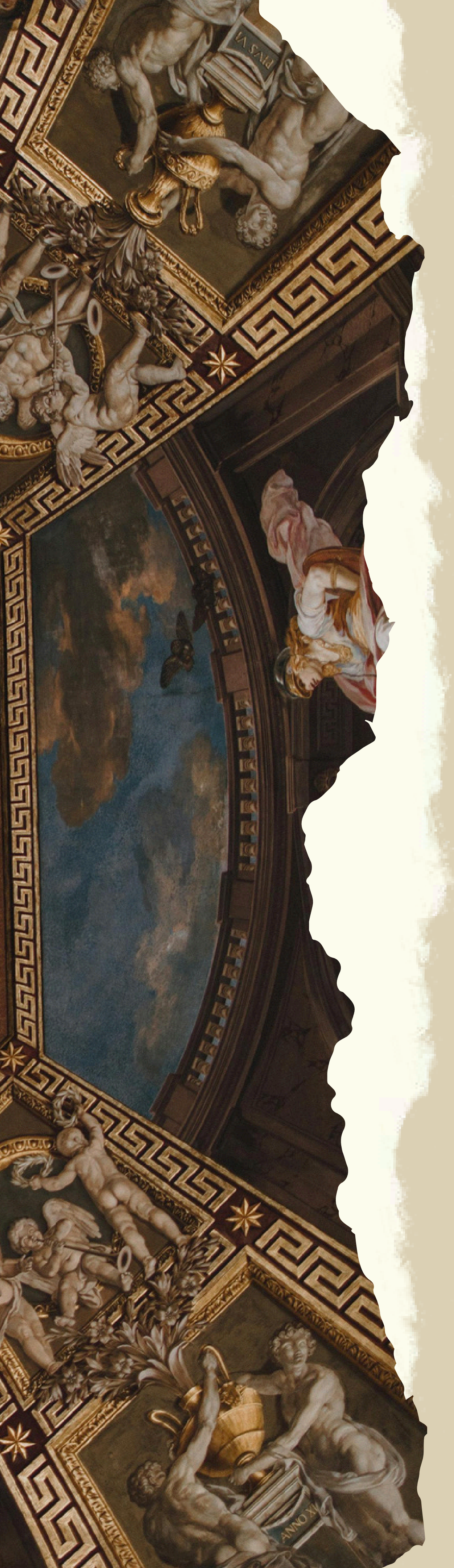
Aparece el mono de Newton

- John Keill (1671- 1721)

Leibniz se pone en manos de la Royal Society

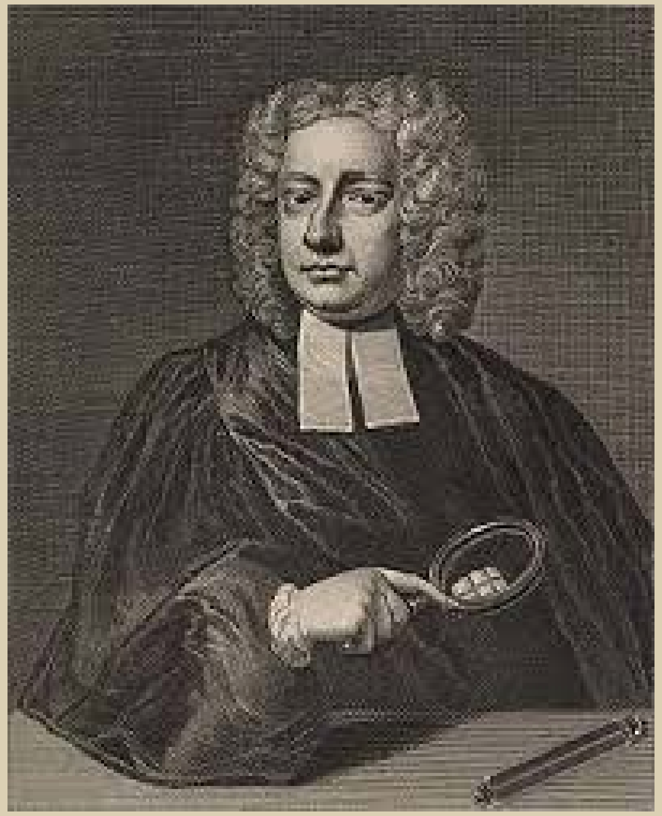
La Charta volans

Dios no es un relojero



En algunos párrafos de la óptica de Newton, parece deducirse que debes en tanto Dios tiene que intervenir en el universo para evitar que las estrellas caigan unas sobre otras.

Herederos



John Keill

l'Hôpital

POR SU ATENCIÓN

Gracias