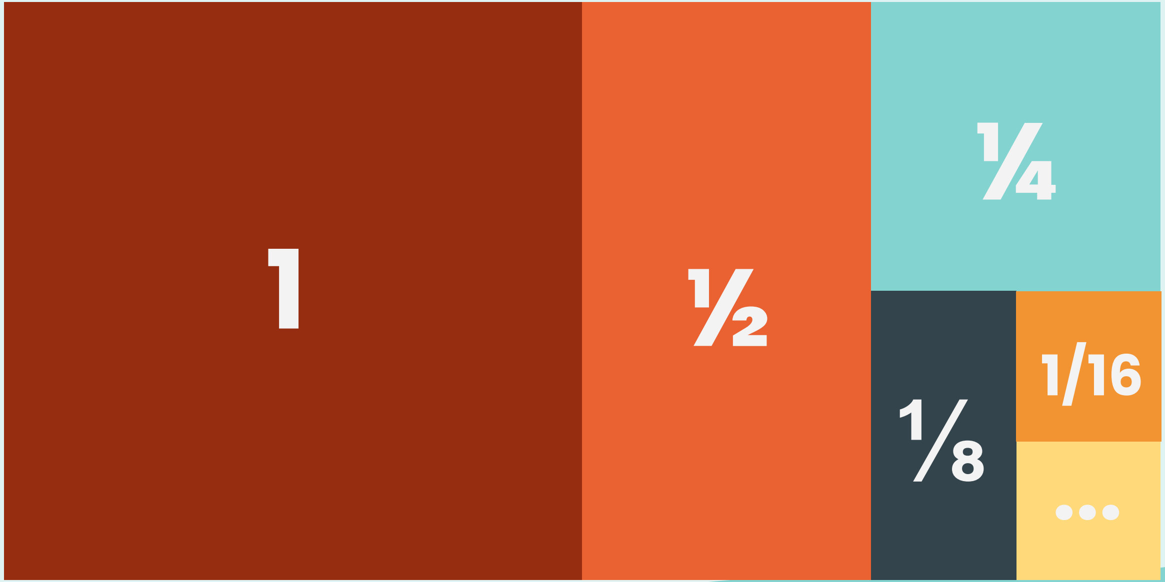
Problema de Basilea

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \lim_{n \to \infty} \left(\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{n^2} \right)$$

Zenón de Elea



Series de Taylor (Maclaurin)

$$f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \frac{f^{(3)}(a)}{3!}(x-a)^3 + \cdots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + \cdots$$

Brook Taylor

Inglaterra
1685-1731

Solución de Euler

1
$$\operatorname{sen} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots$$

2
$$\frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!} - \frac{x^6}{7!} + \cdots$$

3
$$Q(x) = Q(0)\left(1 - \frac{x}{a_1}\right)\left(1 - \frac{x}{a_2}\right)\cdots\left(1 - \frac{x}{a_n}\right)$$

4
$$\frac{\operatorname{sen} x}{x} = \left(1 - \frac{x}{\pi}\right)\left(1 + \frac{x}{\pi}\right)\left(1 - \frac{x}{2\pi}\right)\left(1 + \frac{x}{2\pi}\right)\left(1 - \frac{x}{3\pi}\right)\left(1 + \frac{x}{3\pi}\right)\cdots$$

$$x = n \cdot \pi$$

Solución de Euler

4 $$\frac{\operatorname{sen} x}{x} = \left(1 - \frac{x}{\pi}\right)\left(1 + \frac{x}{\pi}\right)\left(1 - \frac{x}{2\pi}\right)\left(1 + \frac{x}{2\pi}\right)\left(1 - \frac{x}{3\pi}\right)\left(1 + \frac{x}{3\pi}\right)\cdots$$

5 $$= \left(1 - \frac{x^2}{\pi^2}\right)\left(1 - \frac{x^2}{2^2\pi^2}\right)\left(1 - \frac{x^2}{3^2\pi^2}\right)\cdots$$

6 $$= 1 - \frac{x^2}{\pi^2} - \frac{x^2}{2^2\pi^2} - \frac{x^2}{3^2\pi^2} + \frac{x^4}{2^2\pi^4} + \frac{x^4}{3^2\pi^4} + \frac{x^4}{2^2 3^2\pi^4}\cdots = \sum_{n=0}^{\infty} b_n x^{2n}$$

$$b_0 = 1$$

$$b_1 = -\frac{1}{\pi^2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n^2}$$

$$b_2 = \frac{1}{\pi^4}\sum_{1\le n_1<n_2}^{\infty}\frac{1}{n_1^2 n_2^2}$$

$$\cdots$$

$$b_k = \left(\frac{-1}{\pi^2}\right)^k \sum_{1\le n_1<n_2<\cdots<n_k}^{\infty}\frac{1}{n_1^2 n_2^2\cdots n_k^2}$$

Solución de Euler

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

2

$$\frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!} - \frac{x^6}{7!} + \cdots$$

6

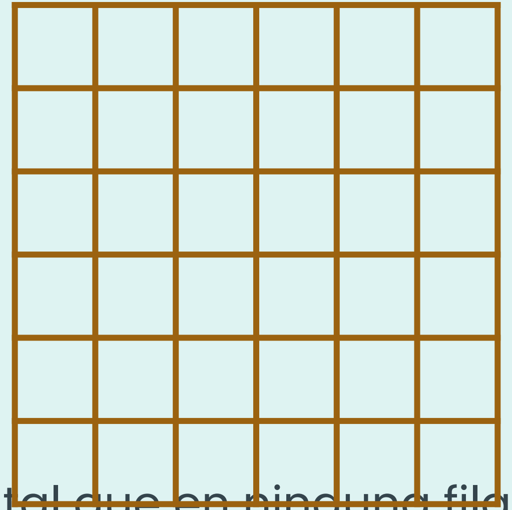
$$= 1 - \frac{x^2}{\pi^2} - \frac{x^2}{2^2\pi^2} - \frac{x^2}{3^2\pi^2} + \frac{x^4}{2^2\pi^4} + \frac{x^4}{3^2\pi^4} + \frac{x^4}{2^2 3^2\pi^4} \cdots = \sum_{n=0}^{\infty} b_n x^{2n}$$

$$b_1 = -\frac{1}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

$$\boxed{-\frac{1}{6} = -\frac{1}{\pi^2}\left(\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots\right)}$$

Problema de los 36 oficiales

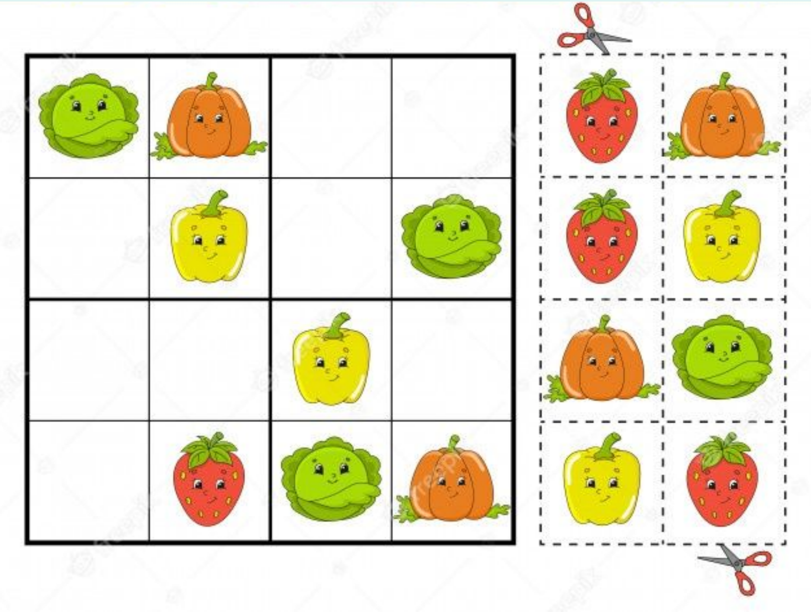
6 regimientos
Cada regimiento se conforma por 6 oficiales de 6 rangos distintos.



Acomodarlos de forma tal que en ninguna fila o columna haya dos oficiales del mismo regimiento o del mismo rango.

Cuadrados latinos

$$\begin{bmatrix} a & b & d & c \\ b & c & a & d \\ c & d & b & a \\ d & a & c & b \end{bmatrix}$$



Problema de los 36 oficiales

6 regimientos
Cada regimiento se conforma [illegible] iciales de 6 rangos distintos.

Acomodarlos de forma tal que en ninguna fila o columna haya dos oficiales del mismo regimiento o del mismo rango.

Problema de los 36 oficiales

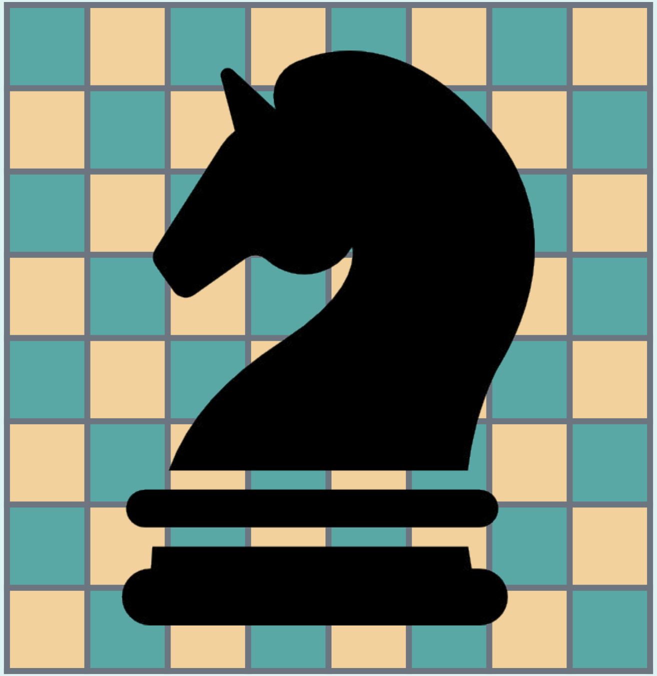
- Gaston Tarry, 1901.

  $n=6$

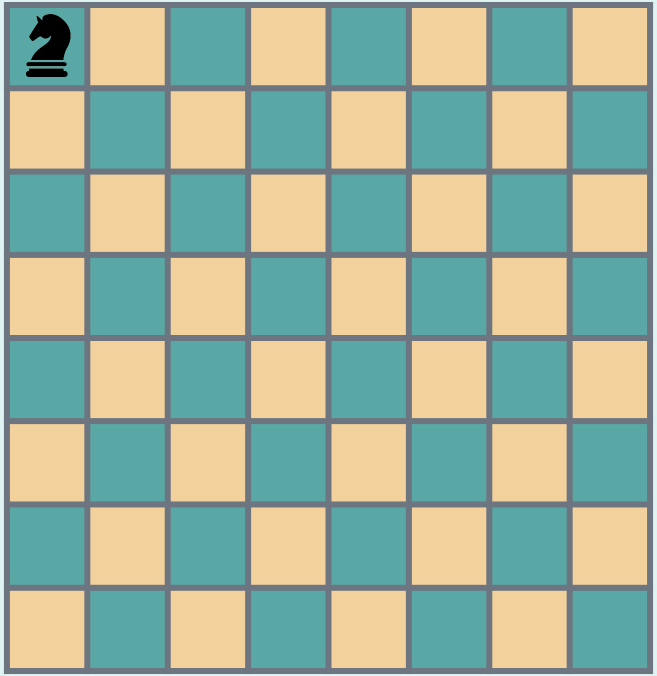
- Parker, Bose, y Shrikhande, 1960.

  $n= 2$ y $n=6$

Problema del caballo



Problema del caballo



Problema del caballo

1	48	31	50	33	16	63	18
30	51	46	3	62	19	14	35
47	2	49	32	15	34	17	64
52	29	4	45	20	61	36	13
5	44	25	56	9	40	21	60
28	53	8	41	24	57	12	37
43	6	55	26	39	10	59	22
54	27	42	7	58	23	38	11

"Euler dejó de calcular y de vivir"