



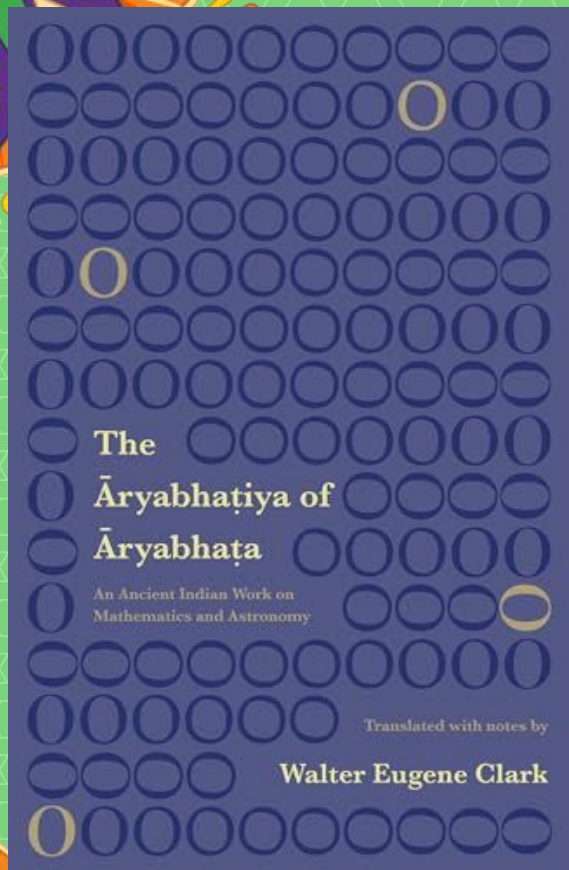
I

ARYABHATTA

(476-550)

Matemático y astrónomo





No utilizó signo para cero

but

**Sistema de numeración
posicional**

The Âryabhaṭīya,

a manual of astronomy,

with the Commentary Bhaṭadîpikâ of

Paramâdîçvara.



2

BRAHMAGUPTA

(590-668)



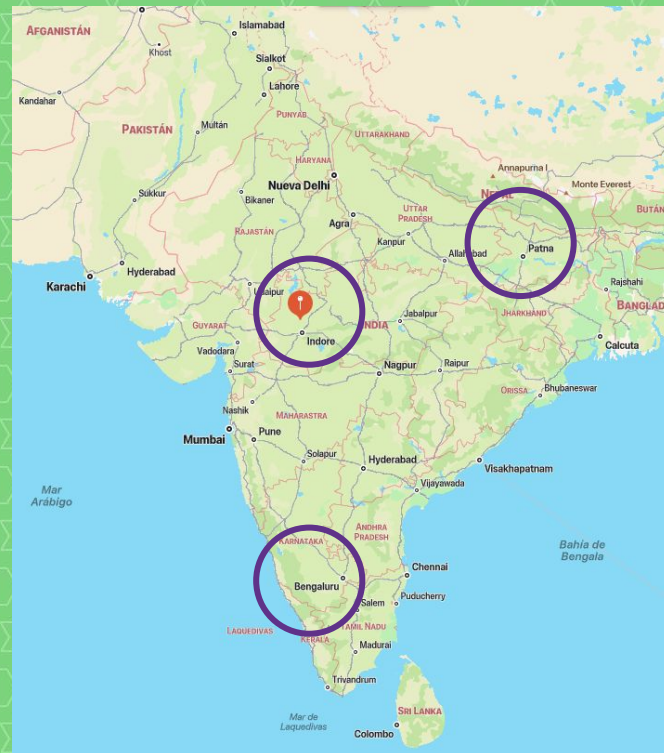
BRAHMAGUPTA

Vivió en Ujjain.

Escuela de astronomía y matemáticas.

OBRAS

1. *Brāhmasphuṭasiddhānta*
(Sistema revisado de Brahma)
2. *Khandakhadyaka*





BRĀHMASPHUṬASIDDHĀNTA

- “Álgebra”.
 - Ecuaciones con dos incógnitas.
 - Ecuaciones diofantinas.

Escritura sincopada (o abreviada)

Incógnita

“Yavattavat” (lit. “tanto como”)

“Ya”

- Cálculo aritmético.
 - Series.
 - Numeración positiva / negativa (ley de los signos).



BRĀHMASPHUṬASIDDHĀNTA

El número como posesión (fortunas) o deuda.

Introducción del **cero**.

- La suma de dos posesiones es una posesión .
- La suma de dos deudas es una deuda.
- La suma de una posesión y una deuda es su diferencia y, si son iguales, es cero.
- La suma del cero y una deuda es una deuda.
- La suma del cero y una posesión es una posesión.
- ...

EL CERO

Sistema posicional, base 10

१ २ ३ ४ ५ | ६ ७ ८ ९ ०

¿Posicional sin marcador de posición?



EL CERO

There is an unknown number whose multiplier is 0. Its own half is added. Its multiplier is 3; its divisor 0. The given number is 63.

$$\frac{3 \left(0x + \frac{1}{2}0x \right)}{0} = 63$$

$$3x + \frac{3}{2}x = 63$$

“CRITERIOS DE VERDAD”

Clara distinción contra las estructuras griegas (Euclides).

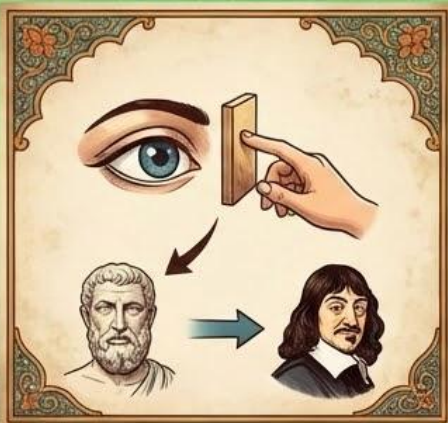
La “Epistemología” en India:

- Percepción directa (Vs Parménides → Descartes).
- Analogía (atomistas).
- “Testimonio autorizado” (Incluye autoridad religiosa).

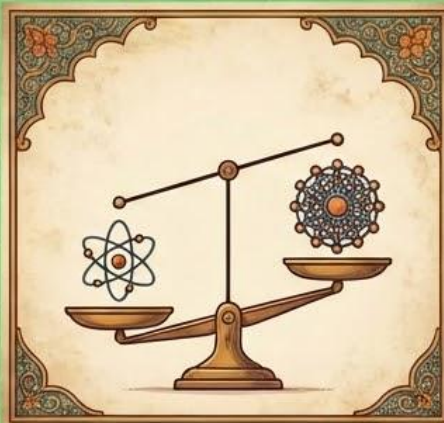


“CRITERIOS DE VERDAD”

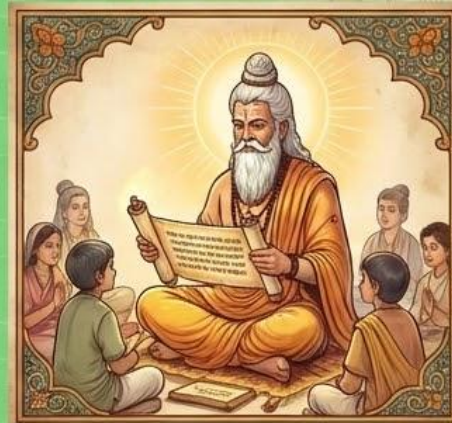
Clara distinción contra las estructuras griegas (Euclides).



Percepción directa
(Vs Parménides → Descartes)



Analogía
(atomistas)



“Testimonio autorizado”
(Incluye autoridad religiosa)

“CRITERIOS DE VERDAD”

No existía una estructura convencional de validación argumentativa.

Estructura verso-sánscrito
+ cierta “arbitrariedad”
= poco alcance

Prthudaksvami (864)

- Comentador
- Ilustrador mínimo



MATEMÁTICA (?) EN VERSO

Más comprensible que los versos de Aryabhata.

Pero

Sin pruebas o guías

Sin demostraciones



ÁREA DEL TRIÁNGULO Y DEL CUADRILÁTERO

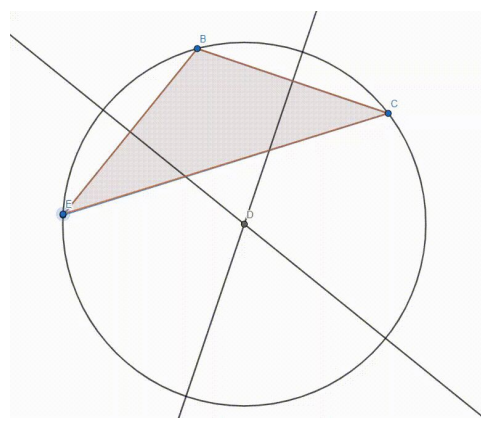
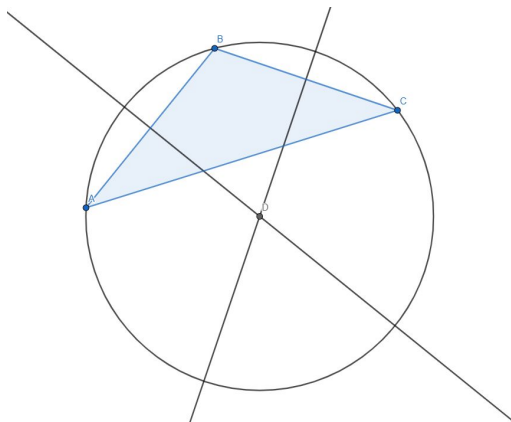
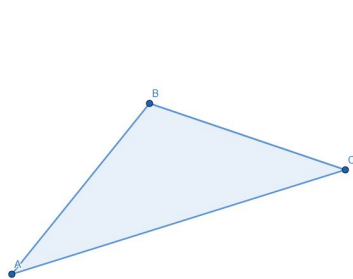
Trad. inglés
Henry
Thomas
Colebrooke

*El producto de la mitad de las sumas de los lados con sus opuestos, es el **área aproximada** del triángulo y del cuadrilátero.*

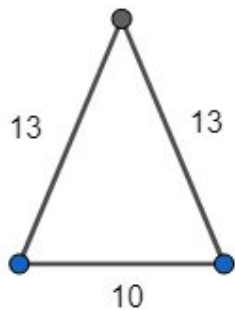
*Escribe cuatro veces la mitad de la suma de los lados; réstale cada uno de estos; multiplica entre sí las diferencias obtenidas. La raíz cuadrada del producto resultante será el **área exacta**.*

Capítulo 12 del Brāhmasphuṭasiddhānta.
Proposición 21.

El producto de la mitad de las sumas de los lados con sus opuestos, es el **área aproximada** del triángulo y del **cuadrilátero**.



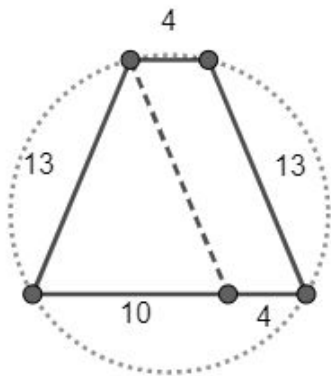
El producto de la mitad de las sumas de los lados con sus opuestos, es el **área aproximada** del triángulo y del **cuadrilátero**.



¿Cuál es el área de un triángulo isósceles, la **base** del cual es diez y los lados trece?

La mitad de la suma de los lados opuestos, 5 y 13. Su producto, 65, es el área aproximada.

Escribe cuatro veces la mitad de la suma de los lados; réstale cada uno de estos; multiplica entre sí las diferencias obtenidas. La raíz cuadrada del producto resultante será el **área exacta**.



¿Cuánto tiene de área este trapezio?

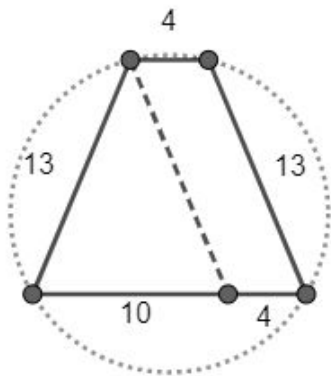
22

22

22

22

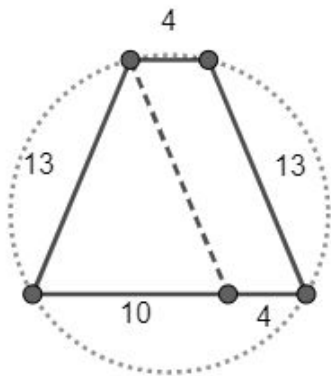
Escribe cuatro veces la mitad de la suma de los lados; **réstale cada uno de estos**; multiplica entre sí las diferencias obtenidas. La raíz cuadrada del producto resultante será el **área exacta**.



$$A=108$$

$$22 - 4 \quad 22 - 13 \quad 22 - 13 \quad 22 - 14$$

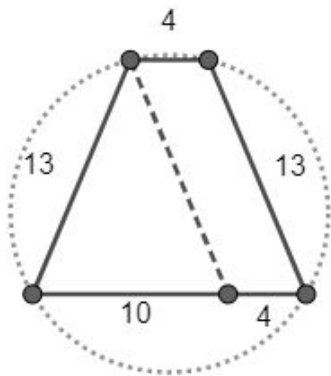
Escribe cuatro veces la mitad de la suma de los lados; réstale cada uno de estos; **multiplica entre sí** las diferencias obtenidas. La raíz cuadrada del producto resultante será el **área exacta**.



$$A=108$$

$$(22 - 4) (22 - 13) (22 - 13) (22 - 14)$$

*Escribe cuatro veces la mitad de la suma de los lados; réstale cada uno de estos; multiplica entre sí las diferencias obtenidas. La raíz cuadrada del producto resultante será el **área exacta**.*

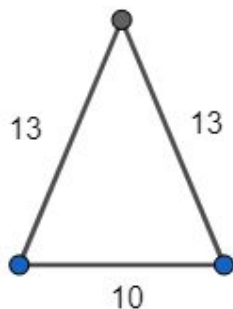


$$A=108$$

$$\sqrt{(22 - 4) (22 - 13) (22 - 13) (22 - 14)}$$
$$\sqrt{11664} = 108$$

*Escribe cuatro veces la mitad de la suma de los lados; réstale cada uno de estos; multiplica entre sí las diferencias obtenidas. La raíz cuadrada del producto resultante será el **área exacta**.*

Fórmula de
Herón



$$\sqrt{(18 - 13)(18 - 13)(18 - 10)(18 - 0)}$$

$$\sqrt{3600} = 60$$



TEOREMA DE BRAHMAGUPTA

El área A de un cuadrilátero cíclico de lados a, b, c, d y semiperímetro s , está dada por:

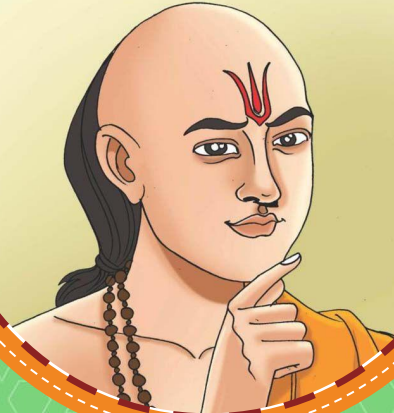
$$A^2 = (s - a)(s - b)(s - c)(s - d)$$

3

BHASKARA II

(1114-1185)

BHASKARACHARYA





¡Descubre Lilavati!

— ¿Quién la escribió? —

Bhaskara II

Matemático indio del siglo XII.

Vivió en India en el siglo XII.



— ¿Qué es el Lilavati? —

Es un libro de matemáticas escrito en el siglo XII.

Aritmética



Geometría



Problemas y Enigmas

¿Cuántos lotos hay en el estanque?

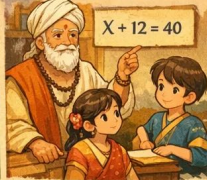


Temas del Lilavati

Fracciones



Ecuaciones



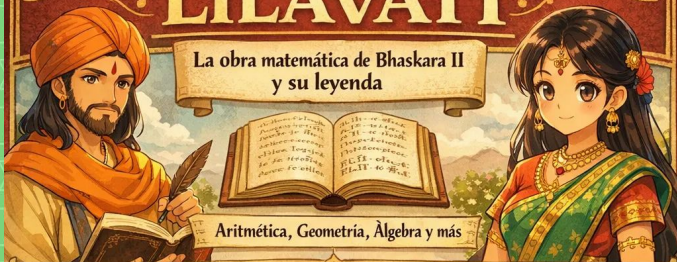
Cálculos



Un fascinante libro lleno de retos y divertidos problemas matemáticos.

LILAVATI

La obra matemática de Bhaskara II
y su leyenda



Aritmética, Geometría, Álgebra y más

La Leyenda de Lilavati

El Destino de Lilavati



"Tu boda,
será un día
y hora exactos..."

El Accidente



¡Oh no!
¡Se derramó
el agua!

El Reloj de Arena



Observa el nivel
del agua, cuando
caiga...

¡Rápido,
es hora de boda!

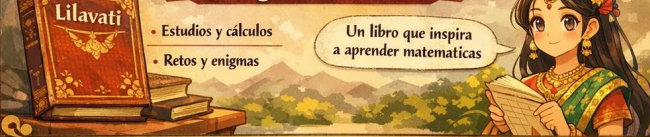
Los Problemas Matemáticos



Bhaskara enseñó
matemáticas a Lilavati

¡Resuelve
estos acertijos!

El Legado de Lilavati



- Estudios y cálculos
- Retos y enigmas

Un libro que inspira
a aprender matemáticas

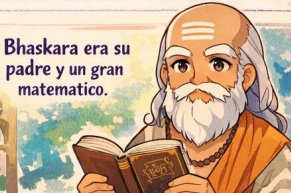
¡Lilavati nos enseña que aprender matemáticas puede ser fascinante y divertido!

La Leyenda de Lilavati

¿Por qué Bhaskara le escribió un libro?



Lilavati era una
hermosa princesa
que debía
casarse...



Bhaskara era su
padre y un gran
matemático.

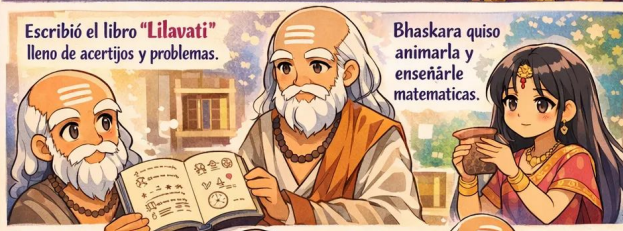


¡Oh, no!



Lilavati quedó
triste y
desconsolada.

Escribió el libro "Lilavati"
lleno de acertijos y problemas.



Bhaskara quiso
animarla y
enseñarle
matemáticas.

Lilavati aprendió
con alegría y
entusiasmo.



Así, nació un libro
que inspira a aprender.

¡Bhaskara escribió el "Lilavati" para que su hija aprendiera matemáticas
y se sintiera feliz!



LA POÉTICA HISTORIA

El horóscopo de la hija recién nacida del maestro Bhaskara predijo que la bella niña no llegaría a disfrutar de las delicias de una boda. Cuando Lilavati creció en modestia, inteligencia y belleza se determinó su compromiso matrimonial.

En el día que estaba fijada la celebración, Lilavati, impaciente, jugaba con su vestido en el borde de la clepsidra que iba a marcar tan esperado momento.

A punto de vaciarse el estanque, una perla se desprendió. El orificio quedó obstruido y la hora propicia nunca llegó. Lilavati nunca se casó.

El padre de la desafortunada niña, para su consuelo y felicidad, un libro escribió que Lilavati se llamó.



Lilavati

Matemática
en verso
del siglo XII

Bhaskara Achārya

Versión adaptada y ampliada
por Ángel Requena y Jesús Malia

b
i
b
l
i
o
t
e
c
a

ESTÍMULOS MATEMÁTICOS



Real
Sociedad
Matemática
Española



LĪLĀVATĪ (LA BELLEZA)

- Verso
- Tono de diálogo
- Énfasis divulgativo





**VINO LA BRISA A BUSCAR A UN LOTO EN UN ESTANQUE
QUE HIZO POR IR CON ELLA. PERO FUE QUE FUERON JUNTOS
HASTA EL BORDE DEL CRISTAL, DONDE NO PENETRA EL AIRE.**

**SI CONOCEMOS LA ALTURA A QUE SOBRESALE EL LOTO
Y TAMBIÉN A QUÉ DISTANCIA SEPARARON SUS CAMINOS, DIME,
NIÑA DELICIOSA, LO PROFUNDO DEL ESTANQUE Y LA ALTURA
DE ESTE LOTO QUE SE DEJÓ ENAMORAR.**





MATEMÁTICA EN VERSO

- Sin pruebas o guías
- Sin demostraciones
- Sin estructura convencional de validación argumentativa.

EPISTEMOLOGÍA INDIA

- Percepción directa (pragmatismo)
- Analogía
- “Testimonio autorizado”



Lilavati a fondo

Oración a Ganesa (Ganesha)

Dirijo mi rezo al dios que tiene faz de elefante
y ante cuyos pies se postran multitudes de otros dioses,
en rendida gratitud por toda felicidad
que procura a sus devotos, a quienes da a conocer
cómo vencer todo obstáculo.

Las leyes con que operamos al manejar la tablilla
procuro poner en verso, en estrofa clara y breve,
para que los entendidos disfruten su belleza.



दोणस्तु खार्याः खलु षोडशांशः स्यादाढको दोणचतुर्थभागः।
प्रस्थश्चतुर्थांश इहाढकस्य प्रस्थांघिराद्यैः कुडवः प्रदिष्टः॥ VIII ॥

$$\frac{1}{16} khārī = 1 droṇa, \quad \frac{1}{4} droṇa = 1 āḍhaka,$$

$$\frac{1}{4} āḍhaka = 1 prastha, \quad \frac{1}{4} prastha = 1 kuḍava.$$

This is what the ancients said.



Comment: No reference is made in the verse to the shape of the measures. It appears that they were not cylindrical as they are today. They must be two frustumta of right circular cones joined together, as in the adjoining illustration. At the beginning of this century, *adholī*, Seer, Quarter Seer were used to measure grain. The words *kuḍava*, *āṭhave*, *nīṭhave* are still in use in Konkana. The current Government measures are cylindrical and grain is now measured by weight.

{VIII}

khari es lo mismo que una *drona*
un cuarto es lo que se llama *adhaka*.
na *adhaka* denominamos por *prastha*
una *prastha* lo nombramos con *kudaba*.

{IX-X}

isata se lee setenta y dos
hayuga significa cero y cuatro.
res cuartos.

Números

1. एकम् (ekam)
2. द्वे (dve)
3. त्रीणि (trīṇi)
4. चत्वारि (chatvāri)
5. पञ्च (pañca)
6. षट् (ṣaṭ)
7. सप्त (sapta)
8. अष्ट (aṣṭa)
9. नव (nava)
10. दश (daśa)

1. एकादश (ekādaśa)
2. द्वादश (dvādaśa)
3. त्रयोदश (trayodaśa)
4. चतुर्दश (caturdaśa)
5. पञ्चदश (pañcadaśa)
6. षोडश (ṣoḍaśa)
7. सप्तदश (saptadaśa)
8. अष्टादश (aṣṭādaśa)
9. एकोनविंशति (ekonaviṃśati)
10. विंशति (viṃśati)
11. एकविंशति (ekaviṃśati)
12. द्वाविंशति (dvāviṃśati)

Capítulo 3

{XII}

De la derecha a la izquierda, la distinta posición en que un dígito se escribe le da un valor diferente. Para el uno, y por orden, estos serán sus valores: uno, diez, cien, mil, diez mil, y después de los cien mil contaremos en millones comenzando por el uno y siguiendo diez, cien, mil, diez mil, cien mil, para luego

10^{17} : *parardha*

Sistema decimal

alcanzar a los billones y recomenzar por uno, diez, cien, mil, diez mil, cien mil; es la cifra de la izquierda diez veces lo que ella misma si estuviera a la derecha. Así, los viejos maestros designan cada lugar para que el cálculo sea algo del todo trivial.

{XII}

De la derecha a la izquierda, la distinta posición en que un dígito se escribe le da un valor diferente. Para el uno, y por orden, estos serán sus valores: uno, diez, cien, mil, diez mil, y después de los cien mil contaremos en millones comenzando por el uno y siguiendo diez, cien, mil, diez mil, cien mil, para luego

Sistema decimal

Capítulo 3



alcanzar a los billones y recomenzar por uno, diez, cien, mil, diez mil, cien mil; es la cifra de la izquierda diez veces lo que ella misma si estuviera a la derecha. Así, los viejos maestros designan cada lugar para que el cálculo sea algo del todo trivial.

Capítulo 4

{XIII}

Explicaré en media estrofa cómo sumar y restar.

La clave está en escribir de forma correspondiente
magnitud con magnitud, unidad con unidad.

Suma y resta

{XV}

En esta estrofa que sigue te enseñó a multiplicar.
Toma la cifra unidad de tu multiplicador
y empléala como factor de todas y cada una
de las del multiplicando; repite esta operación
con todo y cada guarismo de tu multiplicador.
Luego, suma estos parciales, que es el producto total.

Multiplicación

Capítulo 5

{XVI}

O si el multiplicador es producto de otros dos:
calcula el multiplicando por cualquier primer factor
y el guarismo resultante por el que antes faltó.

{XVII}

O también descomponer puedes el multiplicando
en una suma o una resta. Para obtener el producto,
primero por cada parte debes resolver las cuentas.
El resultado es la suma, si sumas, que si no resta,
de los productos parciales.