Ayudantía 10

HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS II, SEMESTRE 2026-2

Como es de costumbre, hacemos un rewind de la ayudantía anterior.

El Renacimiento (Italiano)

Movimiento cultural que se produjo en Europa Occidental durante los siglos XV y XVI.

Transición entre la Edad Media y los inicios de la Edad Moderna.

Sus exponentes se hallan en el campo de las artes, aunque también se produjo una renovación en las “ciencias”.

Origen:

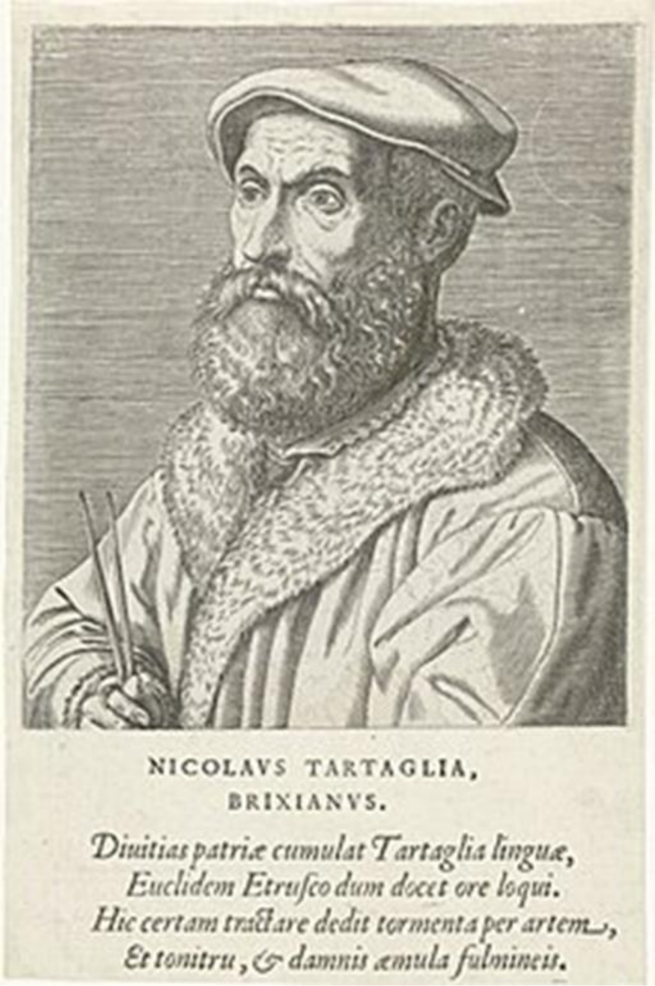
La ciudad de Florencia, en Italia, fue el lugar de nacimiento y desarrollo de este movimiento, que se extendió después por toda Europa.

El Renacimiento fue fruto de la difusión de las ideas del humanismo, que determinaron una nueva concepción del hombre y del mundo.

En la batalla anterior...

También hablamos de Nicolás Tartaglia

Niccoló Fontana Tartaglia



Brescia, c. 1499 - Venecia, 13 de diciembre de 1557.

Huérfano a los seis años, resultó gravemente herido durante el saqueo de Brescia, tomada por los franceses en el año 1512.

Apodado Tartaglia a causa de su tartamudez

La vez pasada no les dije dónde estaban Brescia ni Venecia:

Niccoló Tartaglia

Matemático autodidacta

Enseñó matemáticas en numerosas ciudades italianas, entre ellas, Verona, Venecia y Brescia.

Un poquito más:

Pionero en aplicaciones a la artillería.

Nuova Scientia, cioè invenzione nuovamente trovata utile per ciasculo speculativo matematico bombardero et altri.

LA PRIMA PARTE DEL
GENERAL TRATTATO DI NV-
MERI, ET MISVRE DI NICOLO TARTAGLIA,
NELLAQVALE IN DIECISETTE
LIBRI SI DICHIARA TVTTI GLI ATTI OPERATIVI,
PRATICHE, ET REGOLE NECESSARIE NON SOLA-
mente in tutta l'arte negotiaria, & mercantile, ma anchor in ogni altra
arte, scientia, ouer disciplina, doue interuenghi il calculo.

MALIGNITA'
NOIAR NON PVO
A' FORTEZZA

CON LI SVOI PRIVILEGII.

In Vinegia per Curtio Troiano de i Nauò.
M D LVI.

General trattato di numeri et misure

General trattato di numeri et misure

01

Su obra más conocida.

02

Aritmética, geometría práctica, álgebra.

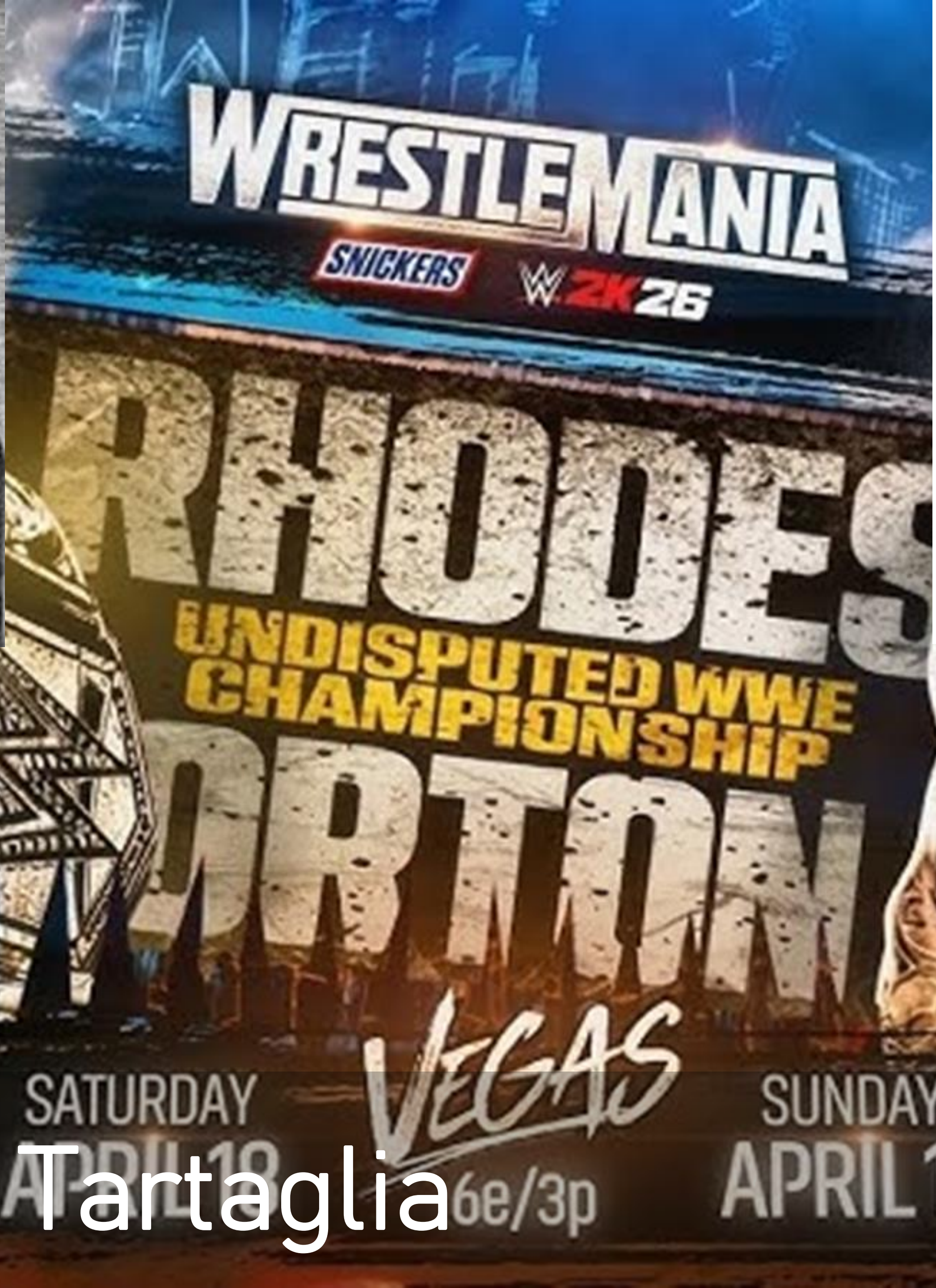
03

Una traducción italiana de Sobre la esfera y el cilindro de Arquímedes.

04

Un tratado de la División de las figuras que sigue la tradición de Herón y Fibonacci.

Fior vs Tartaglia



Cardano vs Tartaglia

Hoy nos enfocaremos en Cardano.

Girolamo Cardano

Nació en Pavía en 1501.

Su padre, Facio Cardano, era un jurisconsulto.

Estudios:

Primero cursó sus estudios en Pavía y después en Padua.

En Padua obtuvo el título de doctor en Medicina en 1524.

Vida profesional:

Su vida profesional fue turbulenta practicando la medicina.

Ejerció también sus dotes como profesor de matemáticas y astrólogo.

Vida en Escocia

Escocia

Residió ahí casi un año, en calidad de médico del arzobispo de San Andrés.

En su viaje de vuelta, la hizo de horóscopo del rey Eduardo VI en Londrés.

Predicción:

El joven rey, debilitado por sarampión al que le seguiría una viruela, gozaría de una vida mucho más larga que la media.

Sin embargo, Eduardo VI murió ese mismo año. Perdió su parley. ☹

Vuelta a Pavía

1

Obtuvo una cátedra en la Universidad de Bolonia.

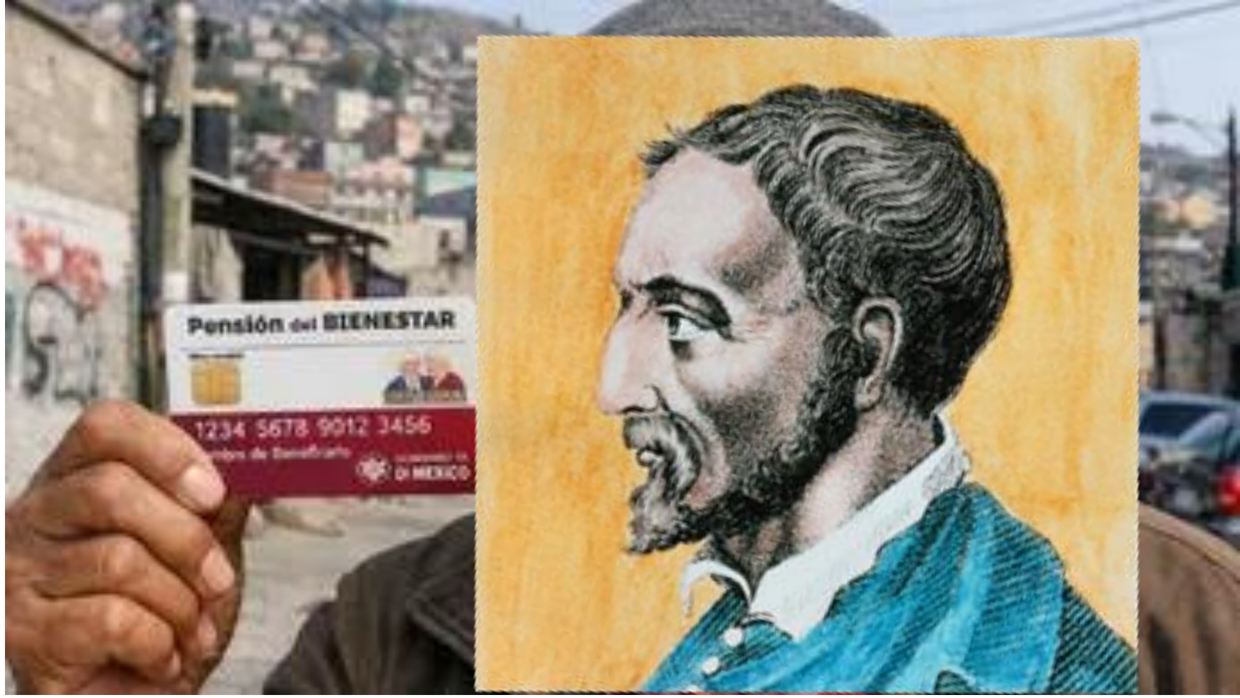
2

Acusado de prácticas de magia y encarcelado en octubre de 1570.

3

Fue liberado bajo la promesa de no volver a enseñar en los Estados Pontificios.

Roma



Se estableció en Roma en el año 1571.

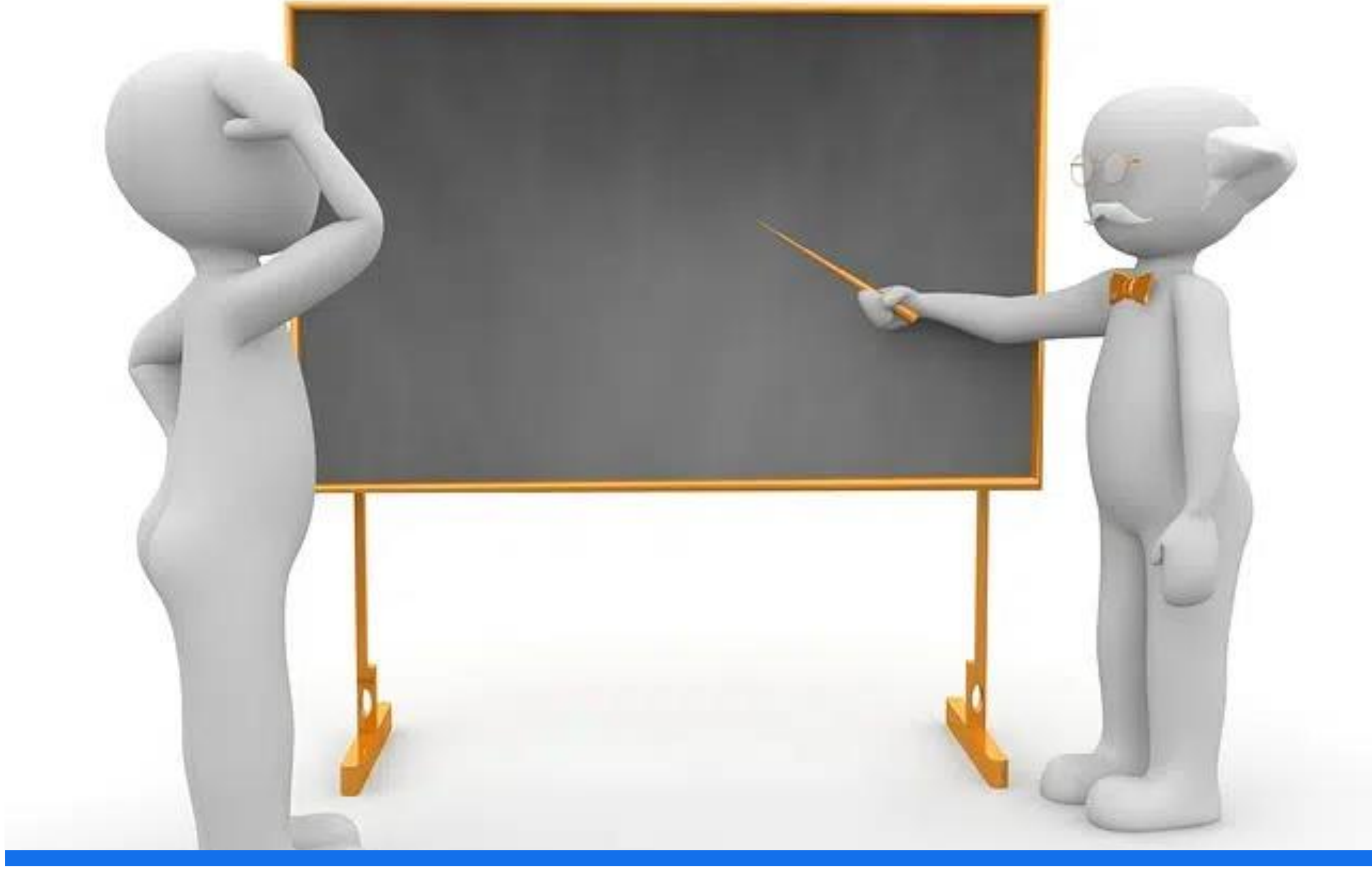
Por sus méritos como médico, el Papa le otorgó una pensión que disfrutó hasta su muerte en 1576.

1571

1576

Cardano dice lo siguiente de sí mismo:

He escrito más de lo que he leído, he enseñado a los otros más de lo que me han enseñado.



Obras

Practica arithmeticae (1539)

Ars Magna (1545)

De subtilitate

De subtilitate

Física de Aristóteles transmitida por la filosofía escolástica.

Esboza una descripción de doce personajes que se distinguieron en el campo “científico”, Arquímedes, Ptolomeo, Aristóteles, Euclides, Apolonio y al-Juarizmi, entre otros.

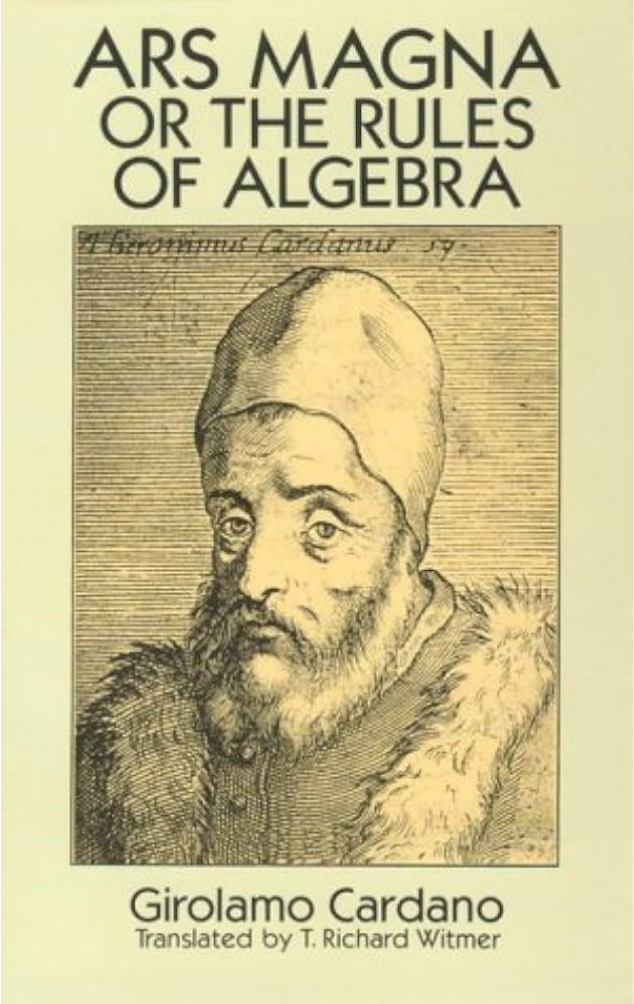
Practica arithmeticae

- Abordó diversos temas de aritmética.
- Incluye problemas prácticos, álgebra y geometría elemental.
- Trata la racionalización de los denominadores que contienen raíces cúbicas.

Ars Magna

Ars Magna sive de regulis algebraicis – 1545

Cardano es probablemente el mejor algebrista de Europa.



¿Qué habrá en el Ars Manga?

a) $x^3 + x^2 - 6x = 0$

b) $3x^3 + x^2 - 12x - 4 = 0$

c) $x^3 - 7x + 6 = 0$

Ecuaciones de tercer grado (ojo antes no se veían así, es notación moderna)

¿QUÉ CONOCEN USTEDES DE ELLAS?

Ecuación de tercer grado (hoy en día)

Hoy en día tenemos muchos métodos para resolverla.

Por ejemplo, factorizar, diferencias de cubos, una fórmula general.

https://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n_de_tercer_grado

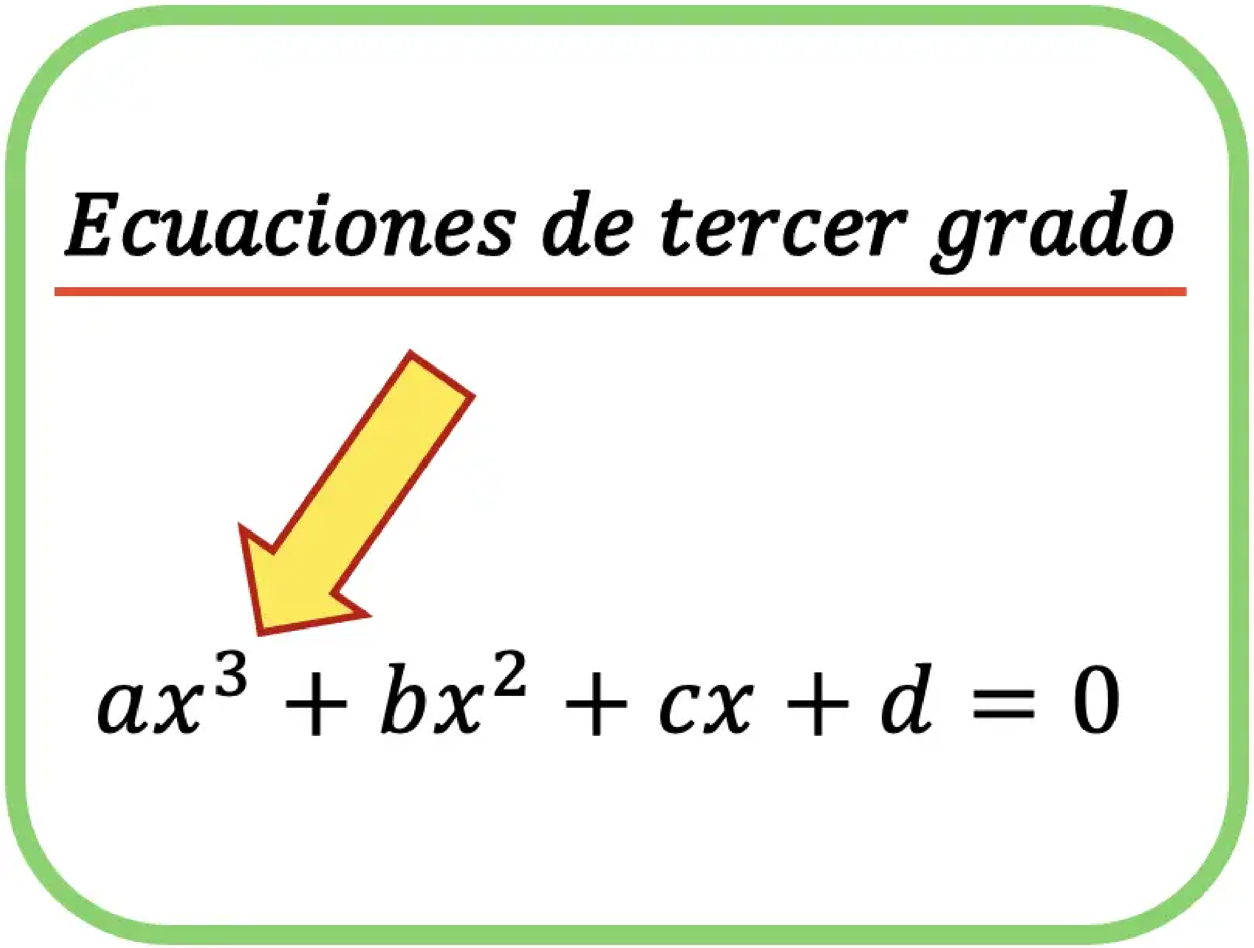
Ecuaciones de 3er grado con Cardano

La ecuación cúbica se analiza con detalle.

Se estudia caso por caso.

Según que los términos de los distintos grados aparezcan en un mismo lado, o en los dos lados de la igualdad.

Se trabajaba con coeficientes positivos. No solían trabajar con coeficientes negativos.



– depressed equations lacking a second degree term:

$$
\begin{aligned}
x^3 + a_1 x = a_0 \quad &\text{or} \quad \textit{cubus et res aequales numero},\\
x^3 = a_1 x + a_0 \quad &\text{or} \quad \textit{cubus aequalis rebus et numero},\\
x^3 + a_0 = a_1 x \quad &\text{or} \quad \textit{cubus et numerus aequales rebus};
\end{aligned}
$$

– equations lacking a first degree term:

$$
\begin{aligned}
x^3 = a_2 x^2 + a_0 \quad &\text{or} \quad \textit{cubus aequalis quadratis et numero},\\
x^3 + a_2 x^2 = a_0 \quad &\text{or} \quad \textit{cubus et quadrati aequales numero},\\
x^3 + a_0 = a_2 x^2 \quad &\text{or} \quad \textit{cubus et numerus aequales quadratis};
\end{aligned}
$$

El trato de Cardano

01

Numérico, pero pensamiento geométrico.

02

En esto sigue el ejemplo de al-Juarizmi.

03

Hace referencia a un tipo de completar el cubo.

Más sobre su trato de las ecuaciones:

- Al igual que los árabes, sus ecuaciones con coeficientes numéricos representan categorías generales.
- Por ejemplo, considere el cubo y seis veces el lado igual a 20 $(x^3 + 6x = 20)$. Se consideraba ésta como una ecuación particular de la forma $x^3 + px = q$.

¿Cómo se resolverá la ecuación?

Sustituyamos x por $u - v$ y elijamos u y v de manera que el producto uv sea igual a un tercio del coeficiente de x en la ecuación $x^3 + 6x = 20$, es decir $uv = 2$.

Sustituyendo en $x^3 + 6x = 20$,
puesto que

$$(u - v)^3 + 3uv(u - v) = u^3 - v^3,$$

y que

$$3uv = 6,$$

entonces, a partir de $x^3 + 6x = 20$, se obtiene

$$(u - v)^3 + 3uv(u - v) = 20$$

de donde

$$u^3 - v^3 = 20.$$

Eliminando v, resulta

$$u^6 = 20u^3 + 8 \text{ (cuadrática en } u^3\text{)}$$

y

$$u^3 = \sqrt{108} + 10;$$

de donde, de $x = u - v$ y de $u^3 - v^3 = 20$, se tiene

$$x = \sqrt[3]{\sqrt{108} + 10} - \sqrt[3]{\sqrt{108} - 10}.$$

Cardano añade una formulación verbal de la regla equivalente a la solución moderna de la ecuación $x^3 - px = q$, que es:

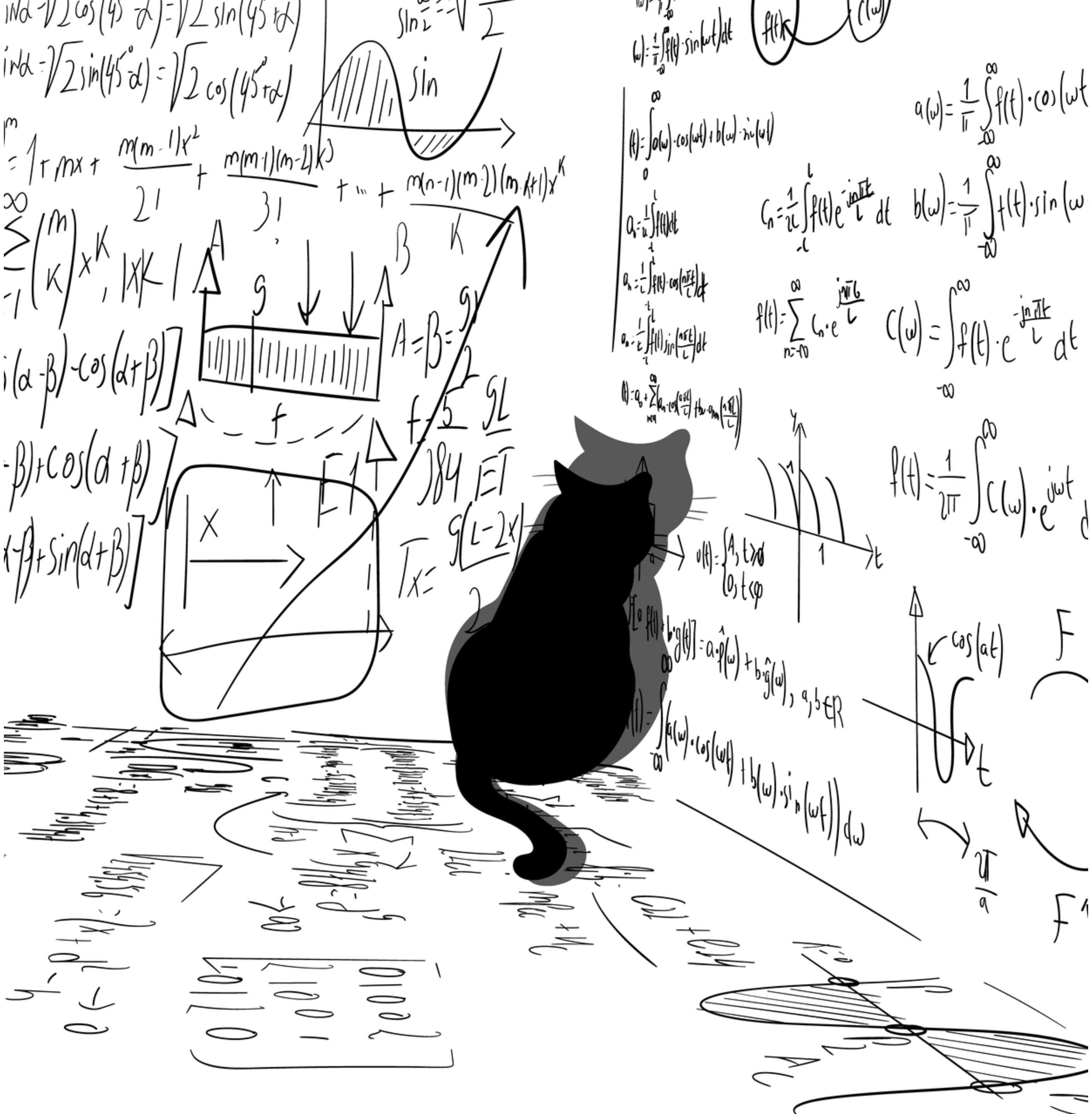
$$x = \sqrt[3]{\sqrt{(p/3)^3 + (q/2)^2} + q/2} - \sqrt[3]{\sqrt{(p/3)^3 + (q/2)^2} - q/2}$$

Después, continúa con varios casos diferentes, como por ejemplo «cubo igual a la cosa y a un número», etc. En este ejemplo, que corresponde al caso $x^3 = px + q$, sustituye x por $u + v$ y procede después de manera análoga a como lo hace en el ejemplo anterior. Sin embargo, la $x^3 = px + q$ presenta una dificultad cuando se trata del caso particular $x^3 = 15x + 4$, ya que el resultado

$$x = \sqrt[3]{2 + \sqrt{-121}} - \sqrt[3]{2 - \sqrt{-121}}$$

incluye la raíz cuadrada de un número negativo.

Mucha cuenta.



Hoy en día ya está más generalizado.

Método de Cardano [editar]

Este método se debe a Scipione del Ferro y Tartaglia, pero lleva el nombre de Gerolamo Cardano, quien lo publicó por primera vez en su libro *Ars Magna* (1545).

Ilustración de Cardano, uno de los principales investigadores de la resolución de ecuaciones de tercer grado.

Se aplica a un polinomio cúbico reducido, del tipo $z^3 + pz + q = 0$. La idea es introducir dos variables u y v de modo que $z = u + v$. Al aplicar el cambio a la cúbica reducida, se obtiene

$$u^3 + v^3 + (3uv + p)(u + v) + q = 0.$$

En este punto, Cardano impuso la condición de que $3uv + p = 0$. Esto elimina el tercer término en la igualdad previa, lo que lleva al sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} u^3 + v^3 = -q \\ uv = -\frac{p}{3} \end{cases}$$

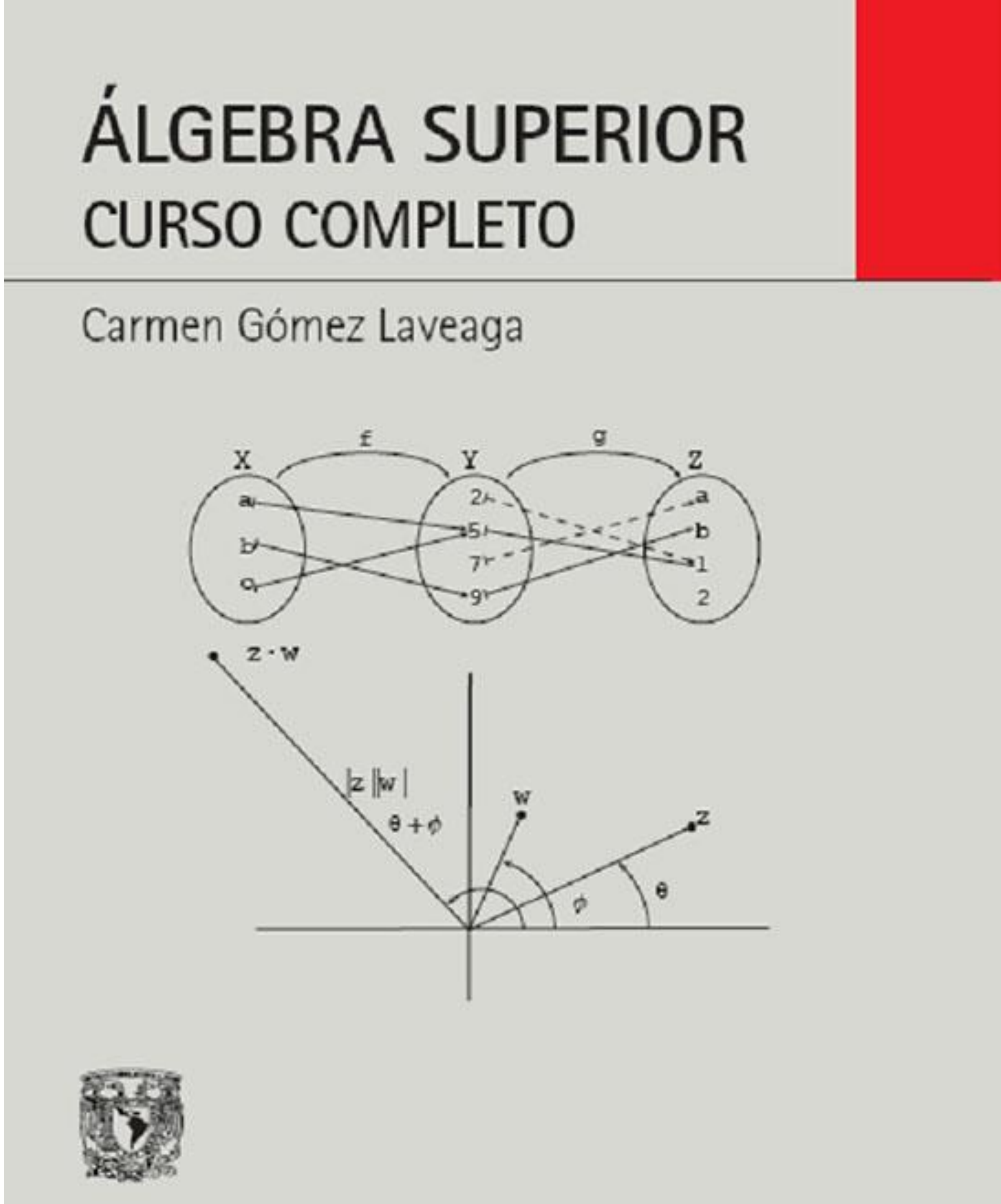
Conociendo la suma y el producto de u^3 y v^3, se deduce que son las dos soluciones de la ecuación de segundo grado

$$\begin{aligned} &(z - u^3)(z - v^3) = 0 \\ &z^2 - (u^3 + v^3)z + u^3v^3 = 0 \\ &z^2 - (u^3 + v^3)z + (uv)^3 = 0. \end{aligned}$$

Por lo tanto,

$$z^2 + qz - \frac{p^3}{27} = 0.$$

Aquí pueden encontrar la solución general en el Capítulo 13, sección 13.9.



Importante aclarar:

La resolución de la ecuación la hicimos con la notación y con las herramientas que tenemos hoy en día.

¿Cómo sería resolver estas ecuaciones con la notación original?

Por ejemplo, quitar las notaciones de cambio de variable.

Cardano y las raíces de números negativos.

Durante su análisis de las ecuaciones de tercer grado encuentra raíces de números negativos.

Las califica de *sofisticadas, pero inútiles.*

Ecuaciones de cuarto grado Ecuación de cuarto grado $(\boldsymbol{ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0})$

- En su *Ars Magna* menciona que su solución se debe a Ludovico Ferrari que la inventó a petición suya.
- Estudia caso por caso, dando un total de veinte ecuaciones.

Conclusiones de su trabajo:

- El *Ars magna* fue un estímulo extraordinario en el campo del álgebra.
- El estudio de la ecuación cúbica incita a los matemáticos a prestar atención a los irracionales, negativos e imaginarios.

¿Qué más podemos rescatar?